

midas MeshFree

심화 교육

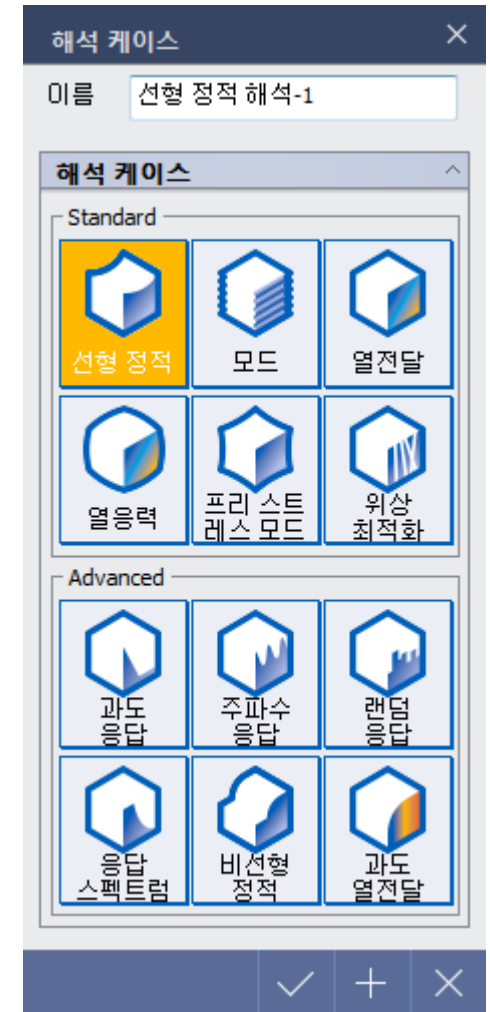
기초 개념 및 용어

Advanced Module 해석 범위

MeshFree Advanced Version에는 우측의 그림과 같이 선형 동해석, 비선형 정적 해석, 그리고 과도 열전달 해석 기능이 포함되어 있습니다. Standard Version에서는 주로 힘의 작용에 따라 선형적으로 변화하는 구조물과 정적인 하중 작용, 그리고 정상상태의 개념을 포함한 해석이 주였다면, Advanced Version에서는 시간에 따라 변화하는 다양한 동적 하중과 힘이 작용에 따라 비선형적으로 거동하는 구조물의 변형, 그리고 시간에 따라 설계 구조물의 온도 변화를 파악할 수 있는 과도 열전달 해석을 수행할 수 있습니다.

[해석 범위]

- 과도 응답 해석 (Transient Response Analysis)
시간에 따라 작용하는 하중인 동적 하중에 대하여 구조물의 거동을 파악하는 해석으로 기본적인 운동방정식을 활용하여 해석을 수행합니다. 순간적으로 작용하는 충격하중 및 가진점에 작용하는 Enforced force를 입력하여 시간에 따른 구조물의 응답을 분석할 수 있습니다.
- 주파수 응답 해석 (Frequency Response Analysis)
주파수 영역에서 수행되는 해석방법으로, 구조물에 조화 하중이 작용하는 경우에 구조물의 응답을 계산하는 해석입니다. 주파수 응답 해석은 구조물에 작용하는 작동 하중에 대한 응답을 정량적으로 평가할 수 있으며, 그에 따른 구조물의 동적 특성을 명확하게 분석할 수 있는 해석 기법입니다.
- 랜덤 진동 해석(Random Vibration Analysis)
불규칙하게 작용하는 동적 하중에 대해 통계적, 확률적 기법을 활용하여 구조물의 응답 특성을 분석합니다. 차량 운행시 발생하는 불규칙한 하중, 난기류로 인해 발생하는 불규칙한 압력 분포 등, 불규칙한 하중에 대한 안전성 검토를 목적으로 주로 수행합니다.
- 응답 스펙트럼 해석 (Response Spectrum Analysis)
지진 하중을 받았을 때 구조물에 발생하는 응답의 최대치를 얻기 위해 사용되는 해석방법으로 내진설계에 필요한 변위와 응력의 최대치를 확인할 수 있습니다. 내진해석의 가장 일반적인 방법입니다.
- 비선형 정적 해석 (Nonlinear Static Analysis)
구조물에 가해지는 하중이 점점 증가함에 따라 재료의 특성이 비선형성을 나타내는 재료비선형, 변위 또는 회전량이 커짐으로써 하중의 작용방향과 분포, 크기가 달라지는 문제를 고려하는 기하비선형, 요소간 경계부분의 비선형이나 경계조건의 변화로 인해 생기는 접촉 등을 고려한 경계비선형 문제를 해결하기 위한 해석 방법입니다.



고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

강성 (stiffness)

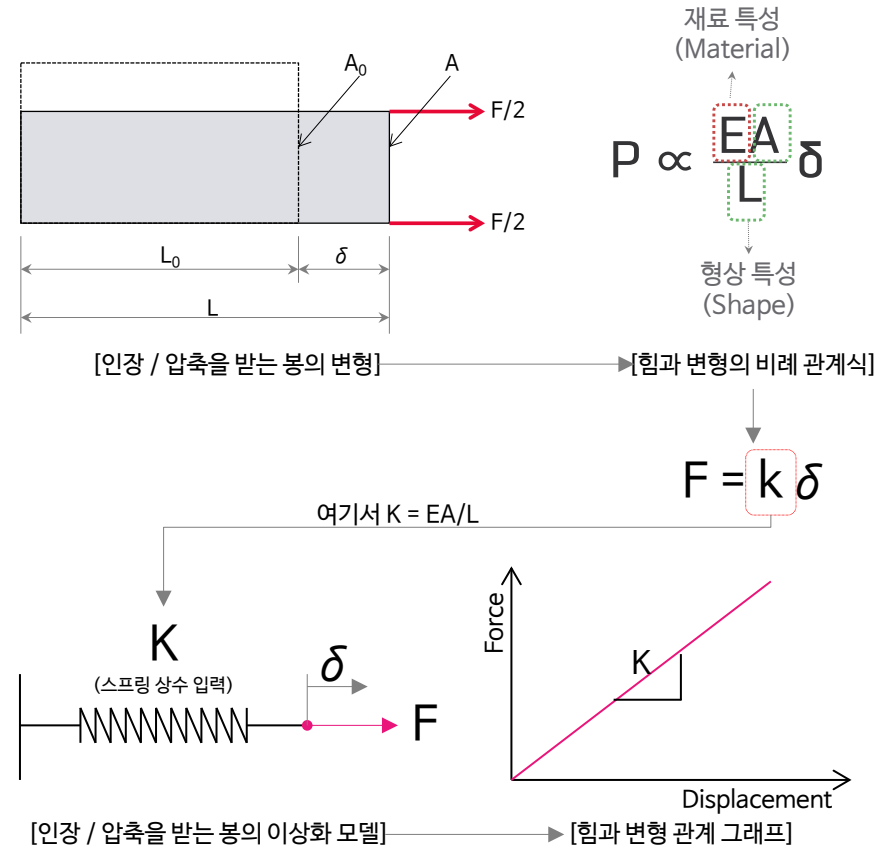
어떤 물체가 힘을 받을 때,
모양이나 부피 변형에 대해 저항하려는 성질

재료에 외부에서 변형을 가할 때 그 재료가 주어진 변형에 저항하는 정도를 수치화한 것으로 이를 표현할 때에는 단위 변형에 대한 외력의 값으로 나타냅니다. 구조물의 재질이 갖는 강성특성(Young's Modulus 등)과 형상(모양)이 갖는 강성특성(단면계수 등)에 의하여 결정되는 구조물의 실질적 강성이다.

기본적으로 구조물에 힘이 작용하는 경우, 대상 구조물의 변형은 강성에 비례하고 이를 선형적으로 변형한다고 합니다. 변형이 미소하거나, 재료가 탄성영역에 있는 경우에는 대부분 선형적인 변화를 나타내지만, 대변형이 발생하거나, 재료가 소성영역으로 진입하는 경우에는 강성이 변화합니다. 이런 강성의 변화는 힘이 작용하는 경우 변형이 비선형적으로 나타나게 됩니다.

구조 해석을 수행하는 경우 선형 해석과 비선형 해석의 구분은 하중이 작용하는 경우 변형이 선형적으로 변하는지 아니면 비선형적으로 변하는지를 기준으로 구분하며, 선형적인 경우에는 일정한 강성값을 가지지만, 비선형인 경우에는 강성이 변화하게 됩니다.

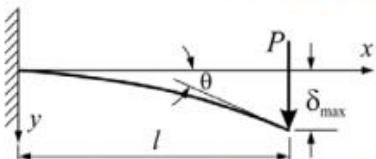
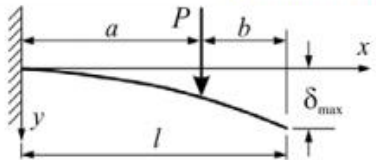
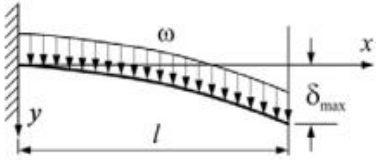
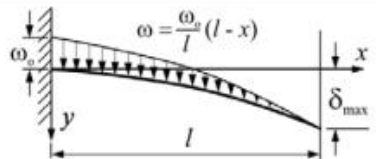
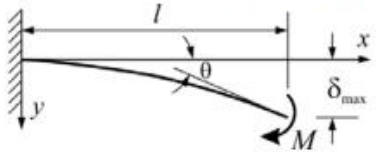
강성을 구하는 방법은 일반적으로 “고체 역학”에 기술되어 있는 처짐 방정식을 이용하여 산정이 가능합니다. 계산된 강성값은 스프링 요소로 이상화하여 간략한 모델로 구성하여 변형량을 구할 수 있습니다. 이러한 이상화 과정은 대규모 모델을 해석하거나, 해석 시간이 많이 소요되는 비선형 정적 해석 또는 선형 동해석 수행 시 적용될 수 있습니다.



고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

모든 처짐 공식은 $F=Kd$ 로 표현됩니다.

즉, 힘과 변형의 관계를 알면 복잡한 모델도 스프링 모델과 강성값만으로 표현이 가능합니다.

BEAM TYPE	SLOPE AT FREE END	DEFLECTION AT ANY SECTION IN TERMS OF x	MAXIMUM DEFLECTION
1. Cantilever Beam – Concentrated load P at the free end			
	$\theta = \frac{Pl^2}{2EI}$	$y = \frac{Px^2}{6EI}(3l - x)$	$\delta_{\max} = \frac{Pl^3}{3EI}$
2. Cantilever Beam – Concentrated load P at any point			
	$\theta = \frac{Pa^2}{2EI}$	$y = \frac{Px^2}{6EI}(3a - x) \text{ for } 0 < x < a$ $y = \frac{Pa^2}{6EI}(3x - a) \text{ for } a < x < l$	$\delta_{\max} = \frac{Pa^2}{6EI}(3l - a)$
3. Cantilever Beam – Uniformly distributed load ω (N/m)			
	$\theta = \frac{\omega l^3}{6EI}$	$y = \frac{\omega x^2}{24EI}(x^2 + 6l^2 - 4lx)$	$\delta_{\max} = \frac{\omega l^4}{8EI}$
4. Cantilever Beam – Uniformly varying load: Maximum intensity ω_0 (N/m)			
	$\theta = \frac{\omega_0 l^3}{24EI}$	$y = \frac{\omega_0 x^2}{120EI}(10l^3 - 10l^2x + 5lx^2 - x^3)$	$\delta_{\max} = \frac{\omega_0 l^4}{30EI}$
5. Cantilever Beam – Couple moment M at the free end			
	$\theta = \frac{Ml}{EI}$	$y = \frac{Mx^2}{2EI}$	$\delta_{\max} = \frac{Ml^2}{2EI}$

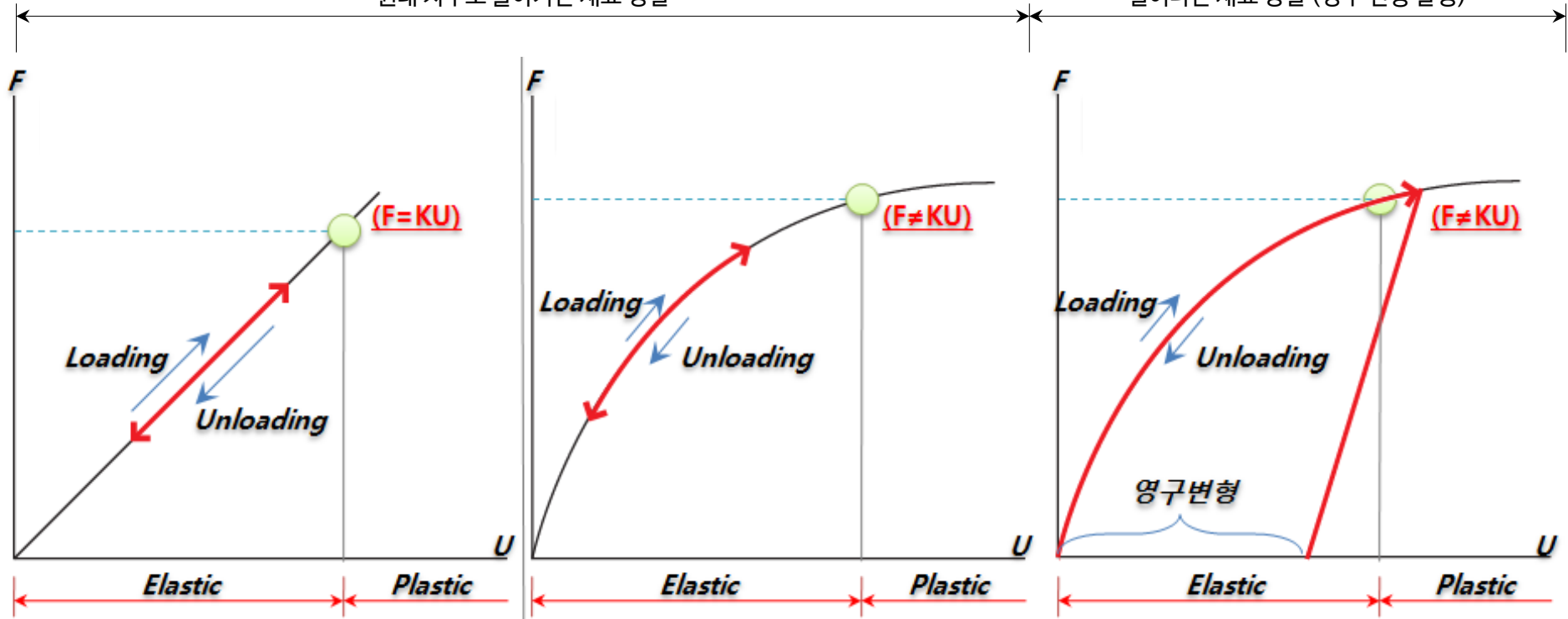
고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

탄성(elastic)

하중을 제거할 때
원래 치수로 돌아가는 재료 성질

소성(plastic)

탄성한도 이상에서 비탄성적인 변형이
일어나는 재료 성질 (영구 변형 발생)



선형(linear)

힘(F)과 변형(U)의 관계가 선형적
즉, 1차 방정식으로 구성 ($F = KU$)

비선형(Non-linear)

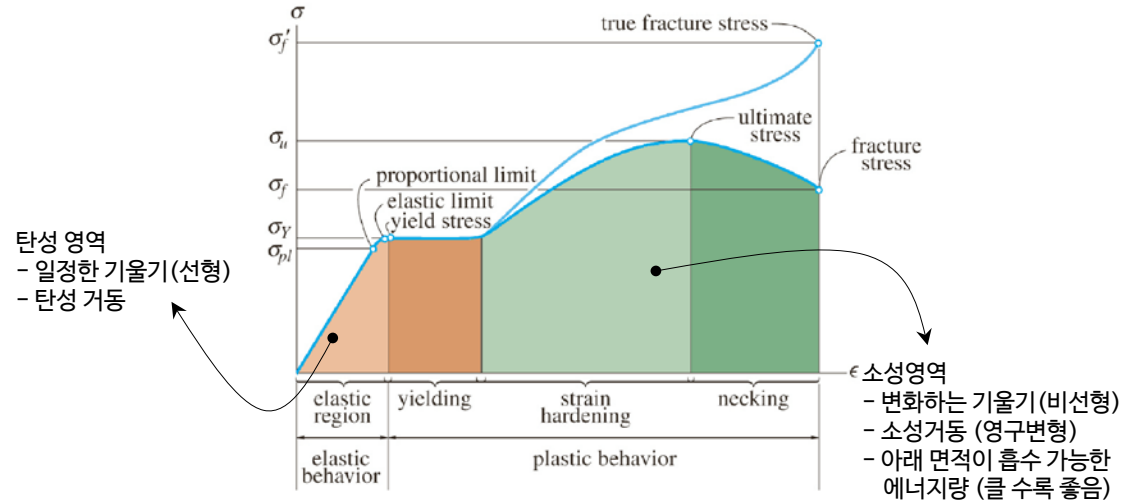
힘(F)과 변형(U)의 관계가 선형적이지 않은 경우
즉, 1차 방정식으로 구성할 수 없는 경우를 말함 ($F \neq KU$)

고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

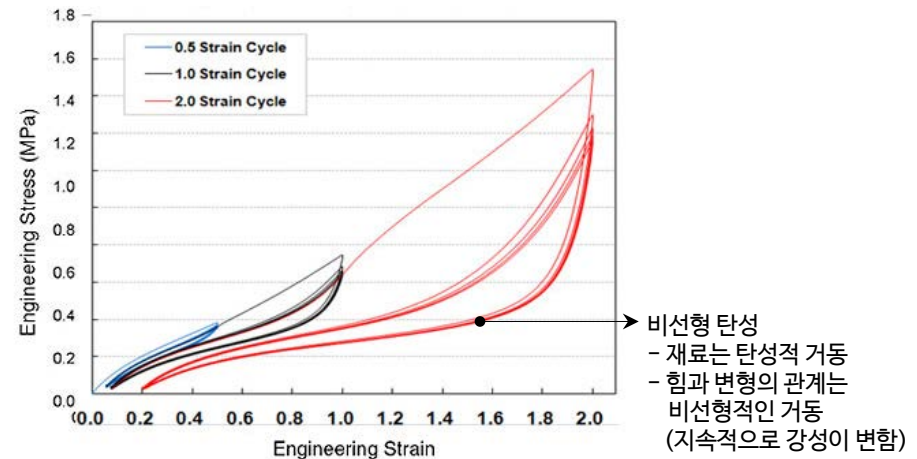
탄성 변형은 어떤 구조물에 힘을 가하여 변형을 시킨 후 힘을 제거하였을 때 원래의 형태로 돌아오는 변형으로 말합니다. 일반적으로 금속 재료의 경우에는 항복 강도 이하의 힘을 받는 경우에 발생합니다. 대략적으로 0.2%의 변형률을 기준으로 탄성 한도를 결정됩니다. 많은 분들이 오해와 착각을 하는 부분은 탄성 재료는 반드시 선형적인 거동을 하는 것으로 이해하고 계십니다. 금속 재료의 경우에는 선형적인 거동을 하는 탄성 비례 한도 내에서만 탄성 변형이 발생하지만, 비선형적인 거동을 하는 재료의 경우에도 탄성적으로 변형이 생기는 경우가 있습니다. 대표적인 재료가 고무와 같은 재료입니다. 전형적인 고무 재료의 경우 힘과 변형의 관계는 하나의 기울기로 표시할 수 없는 비선형적인 변형이 발생합니다.

소성 변형은 어떤 구조물에 힘을 가하여 변형을 시킨 후 힘을 제거하였을 때 원래의 형태로 돌아오지 않고 영구적인 변형이 발생하는 변형을 말합니다. 대부분의 소성 변형은 연성 재료에서 발생합니다. 소성 변형의 영구 변형을 통해 구조물에 가해지는 에너지를 소산 또는 흡수할 수 있는 장점이 있습니다. 이러한 장점 때문에 소성 변형은 충돌이나 낙하가 발생하는 경우, 즉, 설계 제품에 극단적인 하중이 작용하는 경우나, 지진 하중과 같은 과도한 힘이 작용하는 경우 대변형을 통해 에너지를 흡수하여 파단 또는 붕괴를 예방할 수 있습니다. 또한 영구 변형이 발생하기 때문에 가공을 통하여 새로운 형상의 제품을 만들 수도 있습니다. 즉, 판재를 이용하여 강관을 만들 수 있으며, 다양한 성형 가공을 통해 새로운 형상을 만들어 낼 수 있습니다.

탄성은 선형적으로 거동할 수도 있으며, 재료의 특성에 따라 비선형적으로 거동할 수 있습니다. 그리고, 비선형성은 힘이 작용하는 경우에 하나의 강성으로 표현할 수 없는 관계가 발생하는 경우로 정의할 수 있습니다.



연성 재료의 전형적인 응력-변형률 곡선



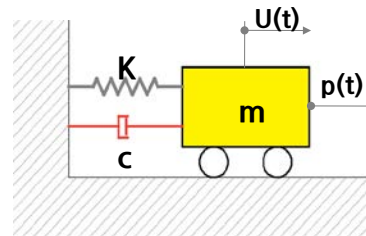
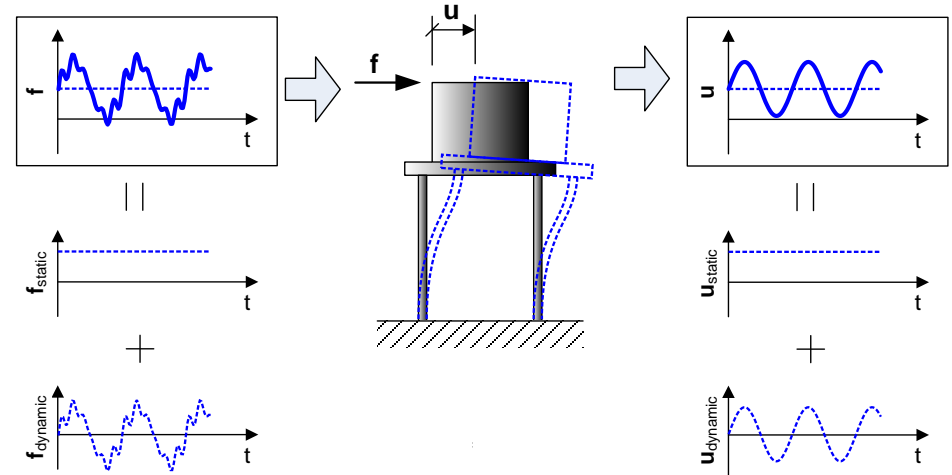
고무재료의 반복하중에 대한 응력-변형률 곡선

정적 하중과 동적 하중

자연계의 모든 물체와 현상은 정도의 차이가 있을 뿐 시간에 따라 변하기 마련이고, 무한한 시간을 통해 변하지 않는 것은 없습니다. 다만 관심이 되는 거동을 관찰하기 위한 스케일(scale)과 기간에 따라 시간에 따른 변화를 무시할 수도 있습니다. 예를 들어, 금속이 부식되는 과정은 매우 미세하게 일어나는 현상이기 때문에 상대적으로 큰 규모로 관찰하게 되면 그 변화를 분별하기가 쉽지 않습니다. 그리고 지진파에 따른 고층 건물의 흔들림도 일정 시간이 지나면 사라지는 것처럼 보이지만 관찰하는 기간이 길면 흔들림은 간헐적으로 다시 나타납니다.

따라서, 대상이 되는 물체의 거동이 정적(static)이나 혹은 동적(dynamic)이냐의 판단기준은 이처럼 거동을 관찰하는 스케일과 기간에 따라 달라집니다. 하지만, 정의 자체로 보면 동적 거동은 시간에 따라 변하는 현상을 말합니다. 따라서, 동적 거동은 공간 상의 위치뿐만 아니라 시간에 따른 변화도 규명되어야 합니다. 왜냐하면 어떤 시점까지 물체의 거동이 그다지 심각하지 않다고 하여 그 이후에도 그럴 것이라고 단정지를 수 없기 때문입니다.

시간에 따른 변동을 포함한 물체의 거동을 분석하는 것을 동해석이라고 부르고, 시간에 따른 변동이 없는 정적 거동을 분석하는 정해석(static analysis)과는 많은 측면에서 차이가 있습니다. 가장 큰 차이점은 분석을 위한 기술이 보다 어려울 뿐만 아니라 필요한 경비와 시간이 현저히 고가이고 길어진다는 것입니다. 정지 상태에 있는 자동차 타이어의 압축된 량을 측정하는 정해석과 주행 중에 돌기물과 충돌하는 현상을 분석하는 동해석은 앞서 언급한 기술적, 경제적 그리고 기간적인 측면에서 큰 차이가 있음을 쉽게 이해할 수 있습니다.



$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t)$$

m = 질량 (inertia)
 c = 감쇠력 (energy dissipation)
 K = 강성 (restoring force)
 P = 가진력
 U = 질량의 변위
 = 질량의 속도
 = 질량의 가속도

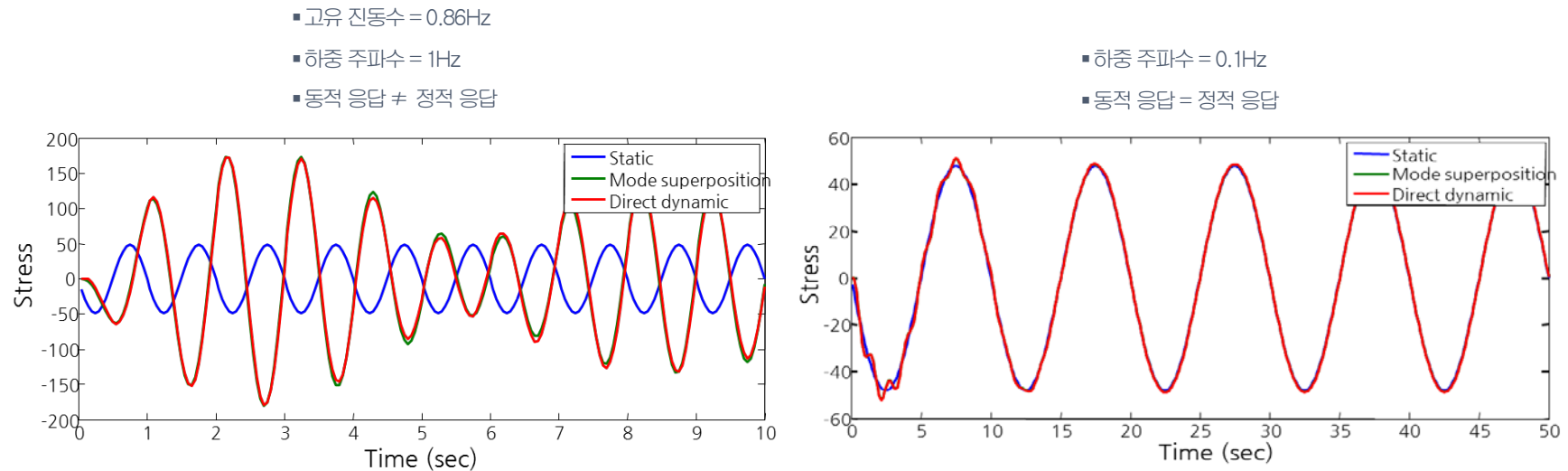
- 질량의변위,속도,가속도와가진력은시간함수로정의
- 질량,감쇠력,강성은상수로정의

고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념

정적하중과 동적하중의 구분은 단지 시간에 따라 하중이 작용하는지, 아니면 시간과 무관하게 하중이 작용하는지의 여부에 따라 구분할 수 있습니다.

여기서, 한 가지 더 추가적으로 검토해야 할 사항은 설계 제품이 가진 고유진동수와 하중 진동수의 검토가 필요합니다.

일반적으로 설계 제품이 가진 고유진동수와 하중 입력 진동수가 유사하면 공진이 발생하게 되며, 정적 하중에 비해 2~3배 이상의 큰 변위가 발생합니다. (특정한 감쇠 효과를 고려한 경우) 이에 반해 하중이 시간에 따라 입력은 되나 설계 제품의 고유진동수보다 상당히 작은 주파수로 입력이 되면, 정적 하중과 유사한 거동을 나타냅니다. 이와 반대로 설계 제품의 고유진동수보다 상당히 큰 주파수로 입력되는 경우에는 정적 하중의 변위보다 더 작은 변위 값을 나타냅니다.



하중 주파수와 고유 진동수를 고려해서 결정

- 동해석 : 하중 주파수 \approx 고유진동수
- 정해석 : 하중 주파수 \ll 고유진동수

해석 타입의 분류

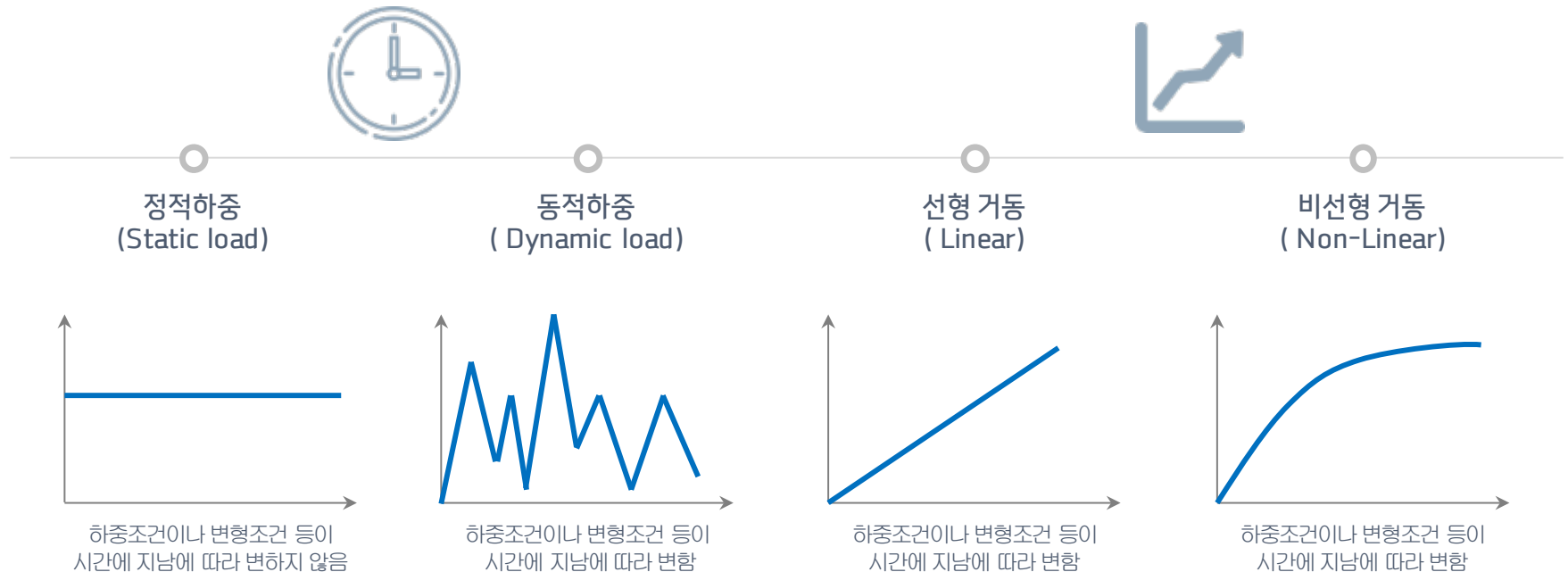
CAE 기술에는 다양한 분야의 성능을 검증할 수 있는 해석 기술이 포함되어 있습니다.

설계 제품의 구조적인 안전성을 평가하기 위해서는 기본적으로 작용하는 하중의 타입과 하중 작용시 구조물의 거동 여부를 판단해서 해석 타입을 선정합니다.

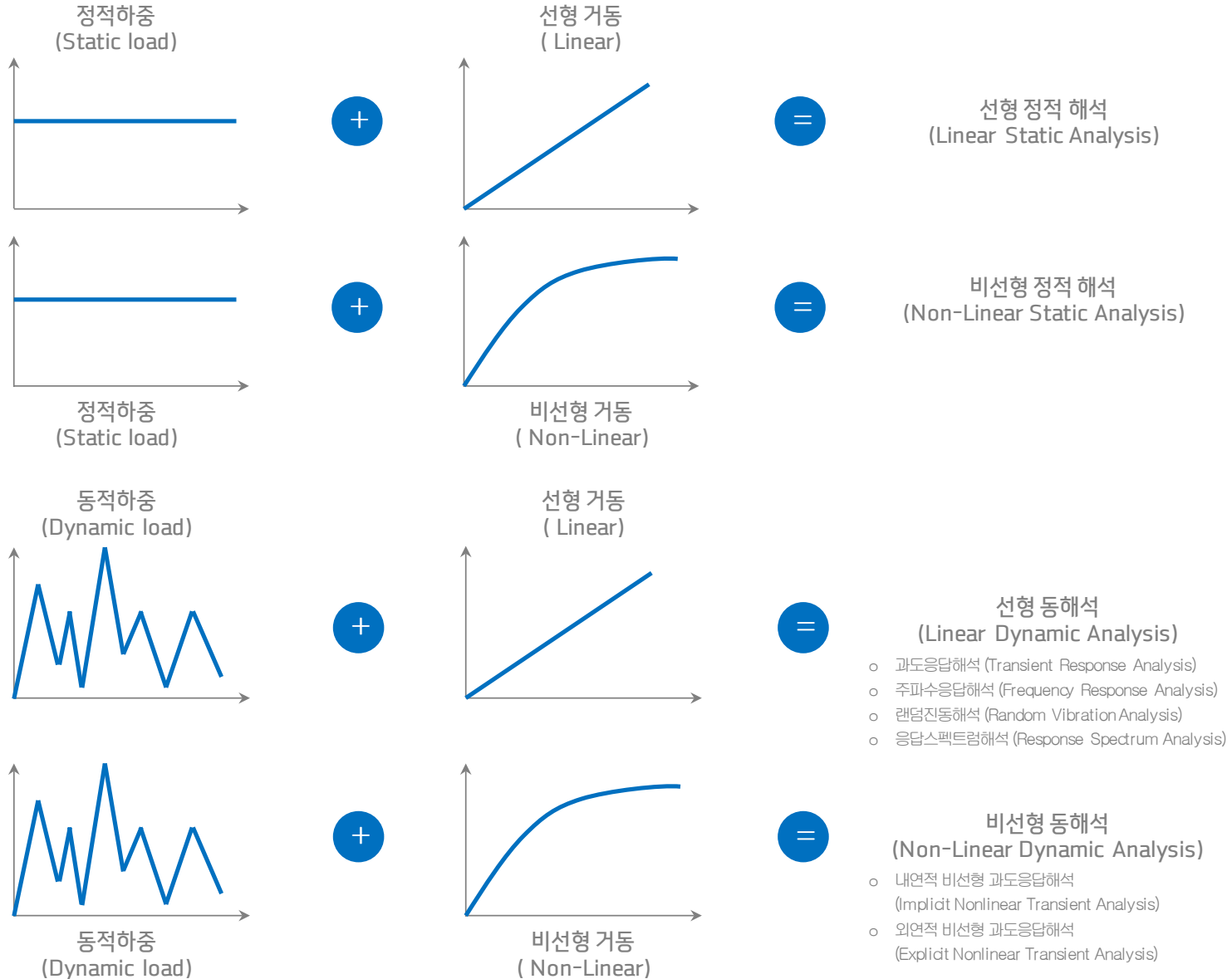
설계 제품에 작용하는 하중은 크게 하중이 시간에 따라 변하는지의 여부에 따라 구분할 수 있습니다. 하중이 시간에 따라 일정하게 작용하는 경우에는 정적하중이라고 정의하며, 하중이 시간에 따라 변하는 경우에는 동적하중으로 정의합니다. 설계 제품의 무게 및 영구적으로 부착되어 있는 부속물의 무게는 일반적으로 정적하중으로 정의됩니다. 설계 제품에 부착되는 모터, 또는 급격하게 작용하는 충격 하중 등은 일반적으로 시간에 따라 변하는 동적하중으로 구분되어 집니다.

또 하나의 구분 방법으로는 하중 작용시 설계 제품의 변형을 통해 구분할 수 있습니다.

하중과 변형이 일정한 비례 관계에 있으며 일반적으로 선형 거동이라고 정의하며, 하중과 변형이 일정한 비례 관계가 성립하지 않으면 비선형 거동으로 구분합니다.



고급 해석을 위한 기초 용어 및 개념



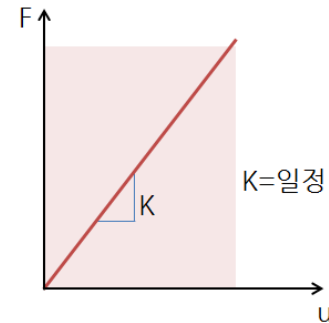
비선형 해석

비선형 현상을 포함하고 있는 구조물은 하중과 변위가 선형 관계에 있지 않음

비선형 구조물의 기본적인 특성은 하중이 변함에 따라 구조물의 강성(K)이 변함

Linear Analysis

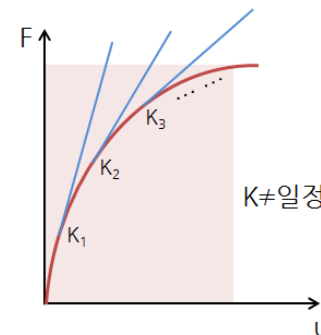
“선형 해석은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 선형 관계가 있는 것으로 가정합니다. 그러므로 선형 해석에 있어서 구조물의 강성(K)은 항상 일정한 하나의 값을 가지고 해석이 진행되는 동안 변화하지 않습니다. 선형 해석에서는 변형과 변형률이 매우 작고, 응력이 재료의 항복응력 이하에 있다고 가정합니다.”



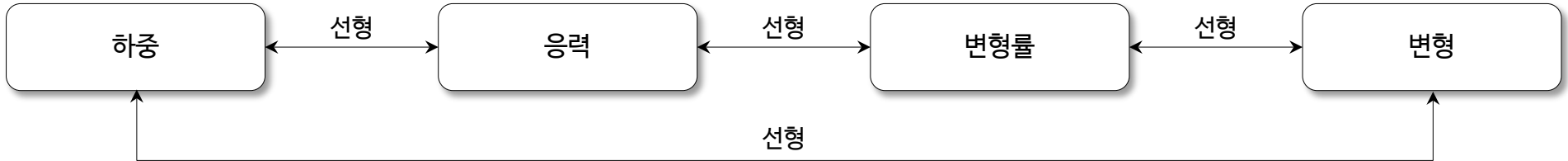
- 일정한 강성 유지
- 미소변형률 (<0.2%), 미소 변형
- 미소회전
- 응력-변형률 관계가 선형

Nonlinear Analysis

“비선형 해석은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 비선형 관계가 있는 것으로 정의합니다. 하중이나 변형이 구조물에 작용함으로써 구조물의 강성(K)이 변하는 현상을 비선형 거동이라고 정의합니다. 선형 해석에서 구조물의 강성(K)은 항상 일정한 하나의 값을 가지 해석이 진행되는 동안 변화하지 않는 반면, 비선형 해석의 경우에는 구조물의 강성이 지속적으로 변하게 됩니다. 그러므로 비선형 해석에서는 변화하는 강성(K)을 반복적인 계산을 통하여 최종해를 산정합니다.”



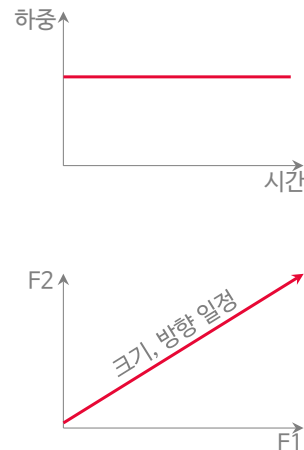
- 강성의 변화
- 기하비선형
- 재료비선형
- 경계비선형



자연상의 문제들은 대부분이 비선형의 성질을 갖고 있으며 거동 또한 동적 거동의 특성을 갖지만 실제로 비선형성의 정도가 약하고 동적 거동의 정도가 미약한 구조물은 선형 정적인 문제로 취급하여 해석에 적용하는 경우가 많습니다. 선형 정적인 문제로 취급할 수 있는 경우는 간단화된 지배 방정식을 이용하여 해석을 수행하게 되므로 해석 시간을 상당히 줄일 수 있게 됩니다. 다음과 같은 3가지 제한 조건을 만족하는 경우에 선형 거동을 유발합니다.

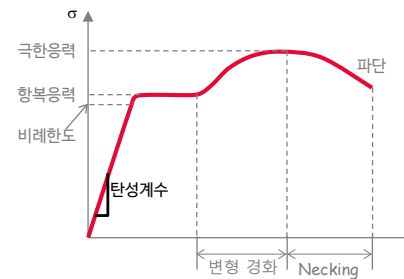
Slowly Applied Load

선형 거동의 경우에 구조물은 정적 평형 상태를 유지합니다. 따라서 하중을 동적인 효과를 유발하지 않도록 아주 천천히 구조물에 가해지는 것으로 가정합니다. 상기의 가정에 따라 구조물에 작용하는 하중은 관성력 및 감쇠력을 발생시키지 않습니다.



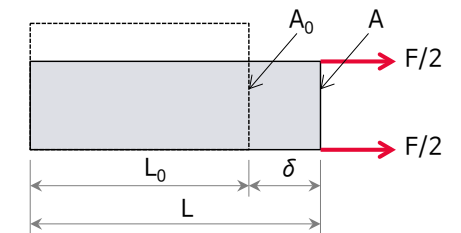
Linear Elastic Material

재료는 등방성으로 가정하고 재료 내부에는 갭이나 공극이 없는 연속체로 가정되고 일정한 값을 유지합니다. 재료의 특성상 응력과 변형률은 선형적으로 비례하고, 하중은 재료 물성치의 항복점을 넘지 않아 탄성을 유지합니다. 하중이 적용되지 않은 구조물은 초기 또는 잔류 응력이 없는 상태로 가정합니다. 상기의 제한 조건은 대부분의 공학적인 문제를 만족하는 가정입니다.

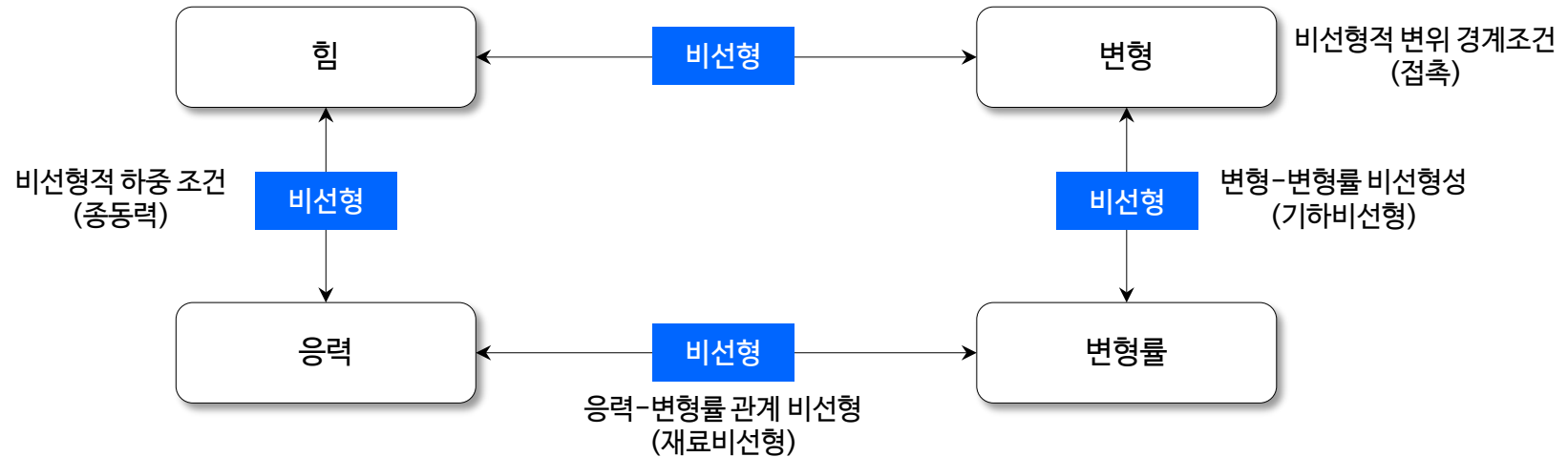


Small Displacement

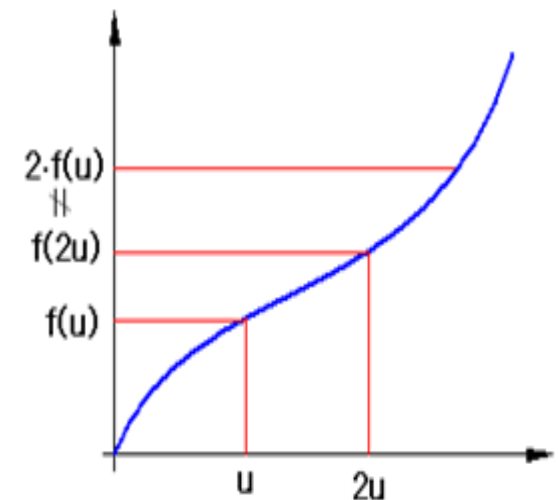
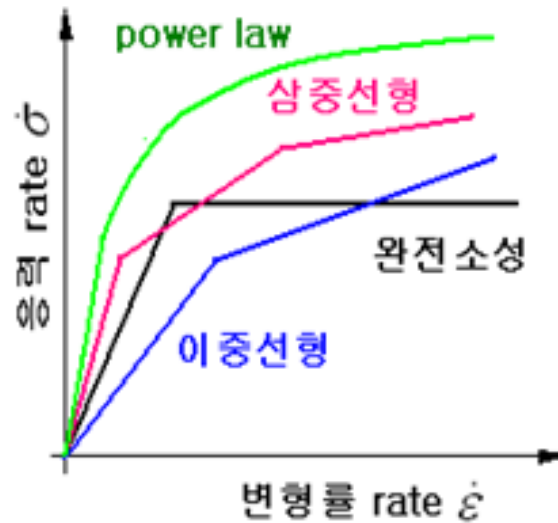
선형 거동의 경우에는 하중에 따른 구조물의 응답이 미소하게 발생하는 것으로 가정합니다. 이 가정에 의해 발생하는 변형은 Shell 요소의 경우 두께의 20% 이내, 스펠이 작은 구조물의 경우에는 길이의 2% 이내의 범위에서 발생하는 경우로 가정합니다. 대변형, 대회전이 발생하는 경우에는 비선형 해석을 수행합니다.



0.2% 변형률 ?
 - $L = 1,000\text{mm}$
 - $\delta = 2\text{mm}$



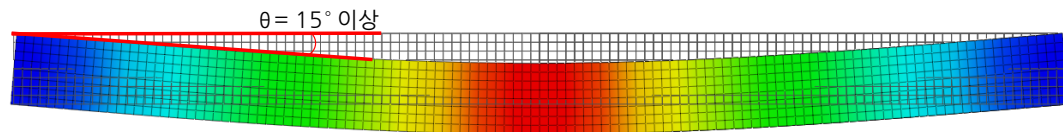
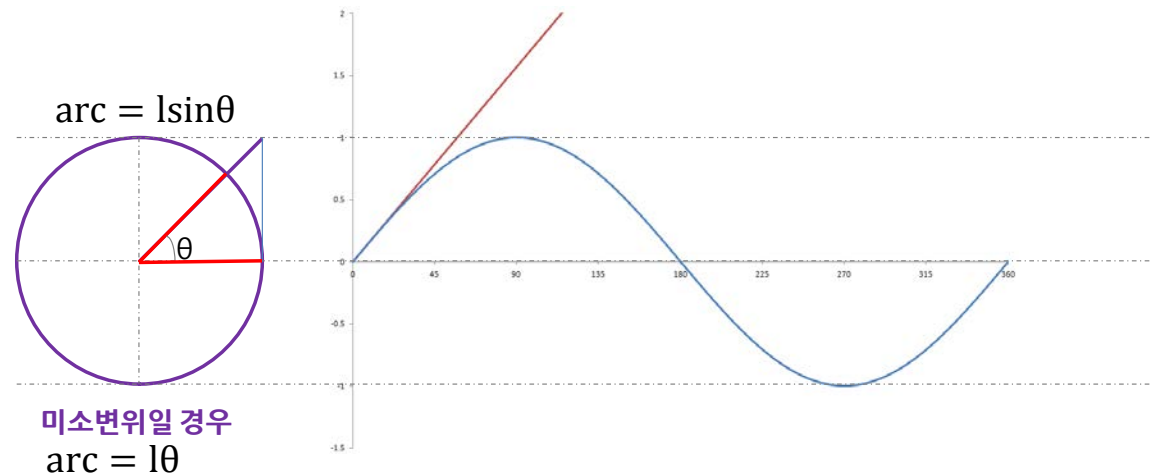
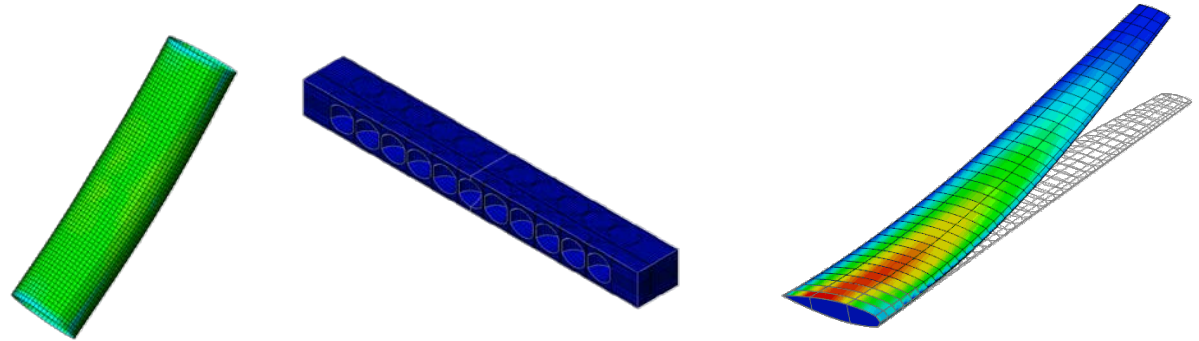
비선형 거동은 구조물에 가해지는 하중과 그에 따른 응답 (변위)이 비선형 관계가 있는 것으로 정의합니다. 즉 선형 거동의 경우에는 단 하나의 강성으로 구조물의 특성을 나타낼 수 있으나 비선형 거동의 경우에는 구조물의 기학적 변형(대변형, 대회전), 재료의 소성 변형, 그리고 경계면의 변화로 인해 구조물의 강성이 변하는 현상이 나타납니다. 이러한 이유로 선형 거동에서 가능한 중첩의 원리가 성립되지 않으며, 물체의 형상, 재료의 물성치, 경계 조건을 고려하여 복잡한 거동을 유발합니다. 하중이나 구조물의 변함으로 인해 단 한번의 수치 계산으로 해를 구할 수가 없습니다.



기하비선형 (Geometric Nonlinear)

외부로부터 하중이나 모멘트를 받는 물체에 있어 물체의 변위나 회전 (rotation)이 과도한 경우, 물체는 현저한 비선형성(nonlinearity)을 나타냅니다. 보통 대변형 문제라고 부르는 것은 변위와 회전 그리고 변형률 모두가 큰 값인 경우를 의미합니다. 하지만 대 변위 혹은 대 회전이라고 해서 반드시 변형률 (strain)이 크다고는 단정지을 수 없습니다. 왜냐하면, 변위나 회전량은 클지라도 변형률 자체는 작을 수 있기 때문입니다.

- 변형에 따른 물체 기하학적 형상의 변화가 과도한 경우
- 외부하중의 방향이 변형에 따라 변화
→Follower force
- 응력-변형률은 선형일 수도 있으며 또는 비선형일 수도 있음
- 변형된 물체의 기하학적 형상은 구하고자 하는 거동의 함수이므로 비선형 문제가 됨

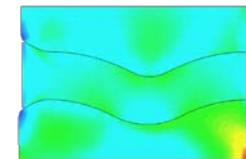
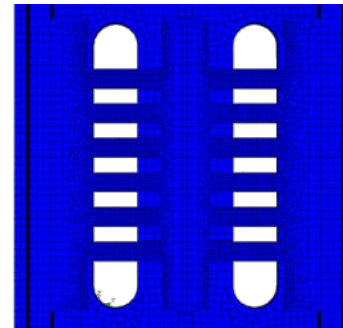
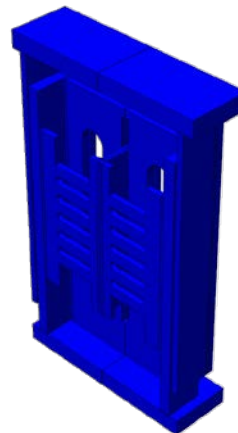
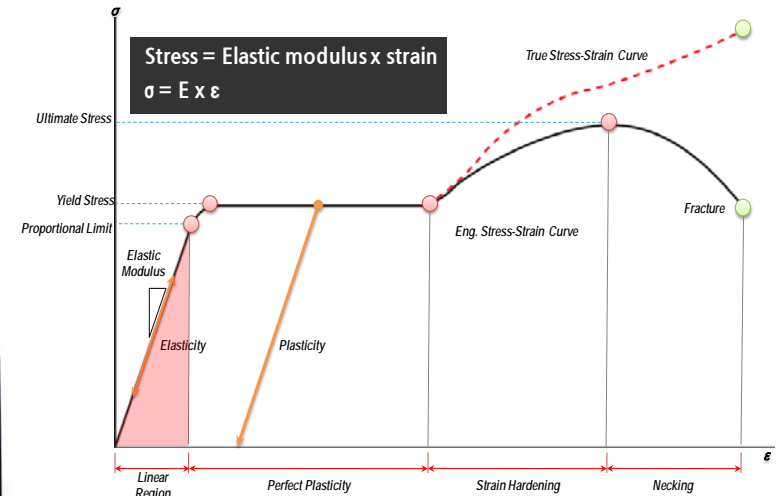
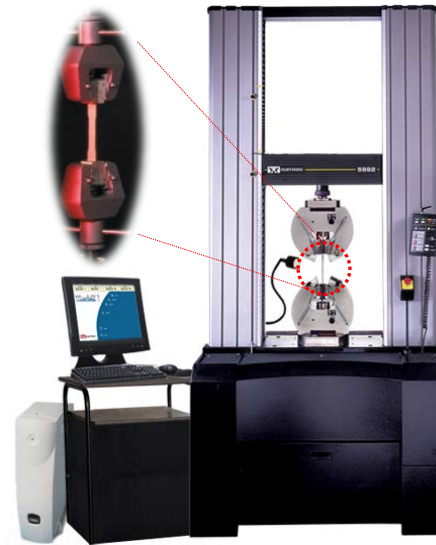


재료비선형 (Material Nonlinear)

물체에 하중을 가할 경우 물체가 늘어나는 크기인 변형률과 물체 내부에 발생하는 저항성분인 응력과 관계를 그래프로 나타낸 것을 응력-변형률 선도라고 부릅니다. 이 그래프는 관심이 되는 물체의 시편을 만들어 인장시험기라고 부르는 실험장치를 이용하여 구할 수 있습니다.

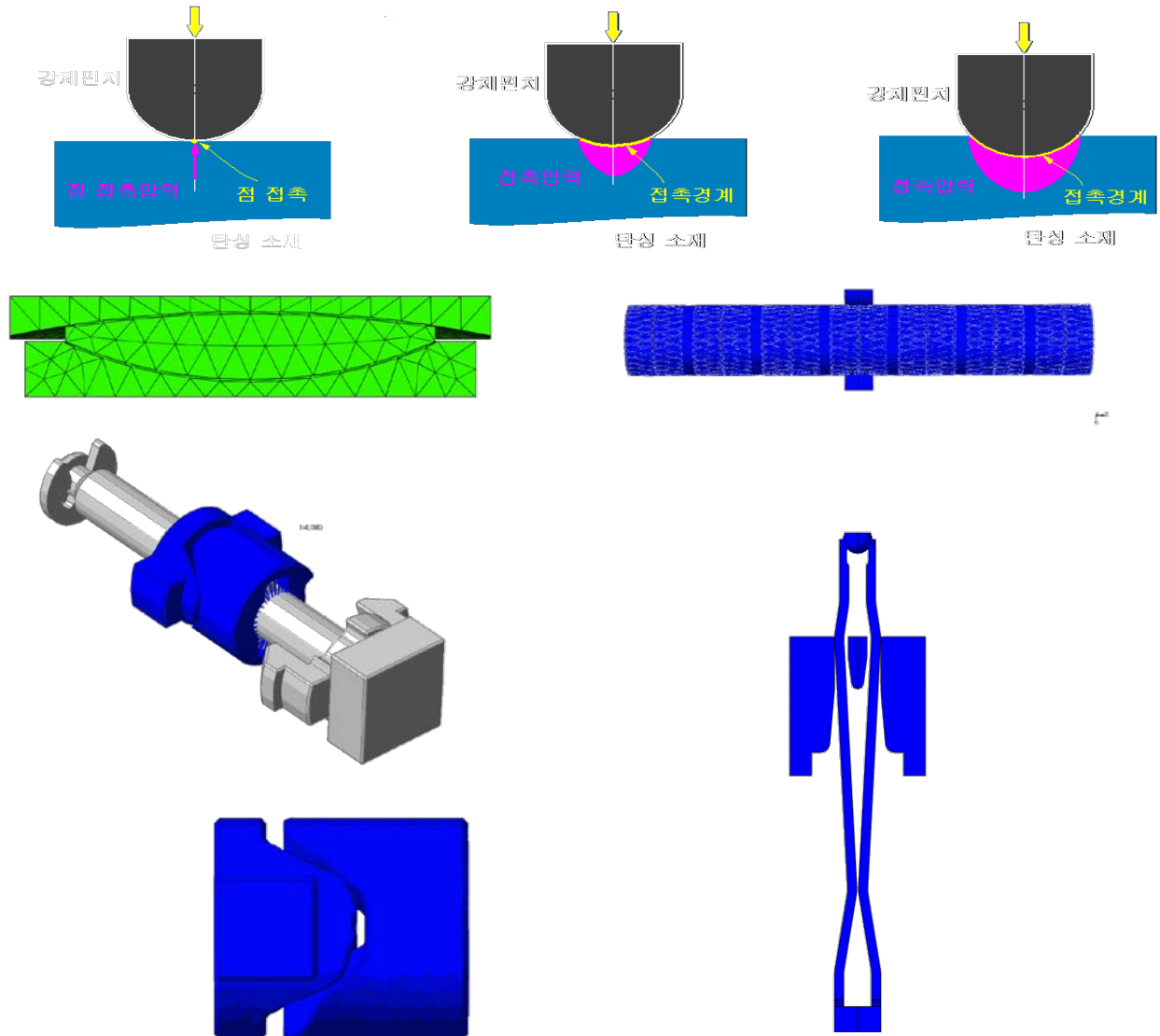
만일 변형률과 응력이 선형적인 관계, 다시 말해 두 값이 일정한 기울기를 가지고 변한다면 그 물체는 선형적인 거동을 나타낸다고 말합니다. 대부분의 물체에 있어서, 변형률이 미소한 경우에는 이러한 선형적 가정을 적용하여도 무방합니다. 하지만 변형률이 커지게 되면 응력과 변형률은 더 이상 선형적인 관계를 나타내지 않습니다.

이와 같이 변형률과 응력이 비선형적인 관계를 나타내는 물체를 재료 비선형이라고 부르고, 비선형 해석에 있어 상당부분을 차지하고 있습니다. 금속과 같은 전형적인 재료는 항복응력(yield stress)에 도달하기 이전까지를 선형 재료 그리고 이 지점 이후를 비선형 재료로 가정합니다.



접촉비선형 (Boundary Nonlinear)

분석하고자 하는 대상 물체의 외곽을 경계라고 부릅니다. 예를 들어 금속판재를 강한 펀치로 굽혀 원하는 형상으로 성형하는 경우, 금속판재의 경계는 판재 전체의 외곽이 되고 이 경계의 일부는 펀치와 접촉하고 있습니다. 펀치에 누르는 힘을 증가시키면 금속 판재와 접촉하는 경계영역은 증가할뿐더러, 금속판재와 펀치 사이의 접촉압력도 증가하게 될 것입니다. 유한요소 해석에 있어 물체 거동과 더불어 경계영역과 접촉하중이 변하게 되면 비선형성을 야기합니다. 왜냐하면, 금속판재가 펀치와 실제 접촉하게 되는 경계영역과 펀치로부터 받는 접촉하중의 크기는 금속판재의 변형량에 따라 증가하기 때문입니다. 그런데 금속판재의 변형량은 해석을 통해 구해야 할 미지의 값이므로 결국 펀치와 접하는 경계영역과 접촉하중 역시 미리 알 수 없는 미지수가 됩니다. 위의 예에서는 접촉하중이 경계에 작용하는 경우이지만, 다른 유형의 접촉문제에 있어서는 접촉하중이 아닌 물체의 변형이 구속될 수도 있습니다. 이렇게 구하고자 하는 물체의 거동에 따라 물체 경계영역과 경계조건(boundary condition)이 변하는 문제를 경계비선형 문제라고 부릅니다.

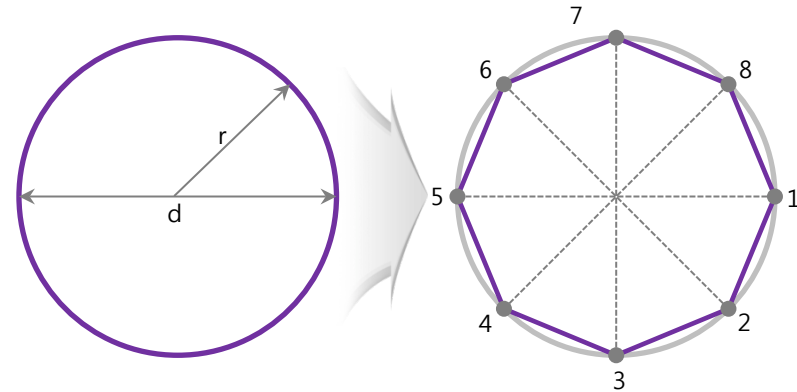


비선형 해석 수치해석 방법론

오른쪽의 그림과 같이 원주를 계산해 보는 것을 생각해 보겠습니다. 지금 우리는 원주를 구하는 공식이 $2\pi(r)$ 이라는 것을 알고 있습니다. 하지만, 우리가 이 공식을 모르고 오로지 직선 자를 이용해서 원주를 구해야 한다는 것으로 가정해 보겠습니다. 즉, 우리는 자를 이용하여 직선 길이를 측정할 수 있을 뿐입니다.

자를 이용하여 원주를 구하는 방법으로는 오른쪽의 우측 그림과 같이 원을 유한개의 직선으로 분할하여 그 치수를 측정하는 것입니다. 아래 표에 나타난 것과 같이 분할 개수가 많아 질 수록 원주와 유사한 결과를 나타내며 오차가 감소해집니다.

비선형 해석 수치해석 기법의 기본 원리는 상기의 원주를 구하는 원리와 유사합니다. 우리가 알고 있는 식은 선형해석에서 사용하고 있는 $F=KU$ 입니다. 앞에서 말씀드린 직선 자와 같은 역할을 합니다. 즉 실제 구조물은 힘이 작용할 때 비선형적으로 움직이지만, 원주를 구하는 것과 같이 우리가 사용할 수 있는 선형 방정식($F=KU$)을 활용할 수 있도록 등간격의 직선으로 분할하여 해석을 진행합니다. 선형 해석의 경우 하중 10을 입력한다고 하면 $F=KU$ 식을 한 번 사용해서 쉽게 결과를 구할 수 있습니다. 이에 반해 비선형 해석을 경우에는 하중 10을 한 번에 입력하여 계산하는 것이 아니라 사용자가 정의한 등분 만큼 분할하여 여러 번 계산합니다. 하중 증분을 10으로 정의한 경우라면 1식 하중을 증가 시키면서 선형방정식에 대입하여 문제를 푸는 방식입니다. 또한 1식 증가할 때 마다 변형된 형상을 고려하여 강성(K)를 재계산하여 해석에 반영합니다. 그러므로 일반적인 선형 해석보다 많은 시간이 소요됩니다.



〈반지름 r인 원주 계산〉

✓ 이론해 : $2\pi r$

〈등간격의 유한개의 직선으로 분할〉

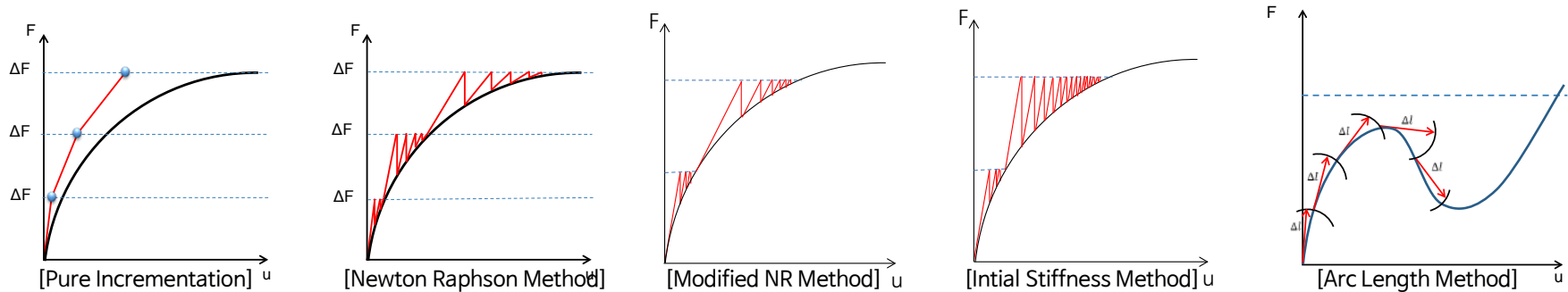
✓ 비선형 수치해석법

요소 개수	유한요소법	오차율 (3.141592653589793)
4	2.828427124746190	9.96837%
8	3.061467458920718	2.55046%
16	3.121445152258052	0.64131%
32	3.136548490545939	0.16056%
64	3.140331156954753	0.04015%
128	3.141277250932773	0.01004%
256	3.141513801144301	0.00251%

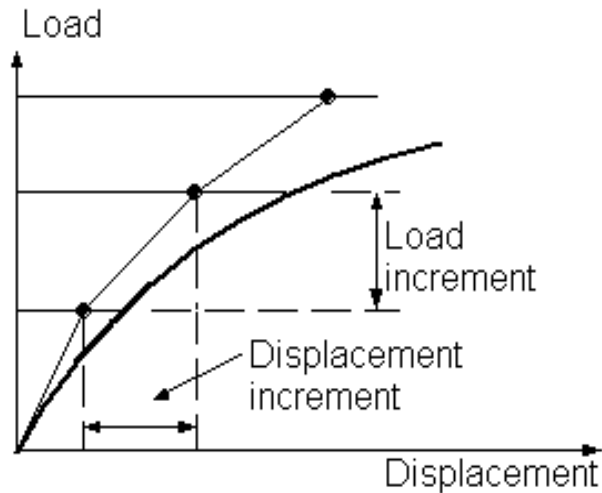
※ 연속체 구조물을 유한개의 직선(이산화 요소)으로 분할하여 근사해를 구하는 방법과 유사

비선형 해석 수치해석 주요 기법

비선형 거동의 수치해석 방법론의 핵심사항은 구조물 강성 재평가, 반복 해법(Iteration Method), 하중 증분(Load Increment), 수렴성 평가(Convergence Criteria)라고 할 수 있습니다. 선형해석에서는 계산하고자 하는 미지수와 방정식의 수가 일치하여 연립방정식을 푸는 것과 동일한 방법을 사용합니다. 그러나, 비선형해석에서는 방정식의 수보다 미지수가 더 많기 때문에 미지수를 추정하여 문제를 계산하게 됩니다. 이러한 추정치는 오차 평가가 수행되어 오차 범위 내에 해가 얻어 질 때까지 추정치를 조정하고 다시 해석하는 반복 해법을 사용합니다. 수치해석에서 자주 사용되는 반복 해법은 뉴턴랩슨법(Newton Raphson), 수정뉴턴랩슨법(Modified Newton Raphson), 초기강성법(Initial Stiffness), Arc-Length 법 등이 있습니다. 이러한 수치해석법은 결과의 정확성, 수렴 안정성, 구조물의 특성 등에 따라 적절히 선택하여 사용하도록 합니다.

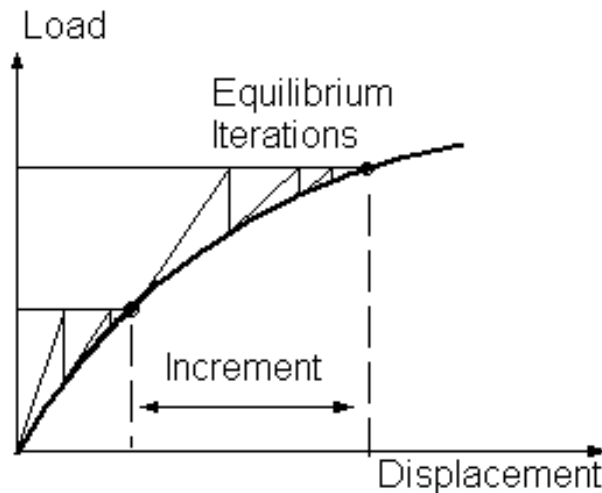


비선형 해석 수치해석 주요 기법



"Pure Incrementation Schemes"

- 하중이 증가되어 적용
- 반복 수정 과정이 없음
- 강성은 하중 증가와 더불어 갱신됨
- 최종적으로 진정한 평형 상태에서 멀어지며 오차 발생



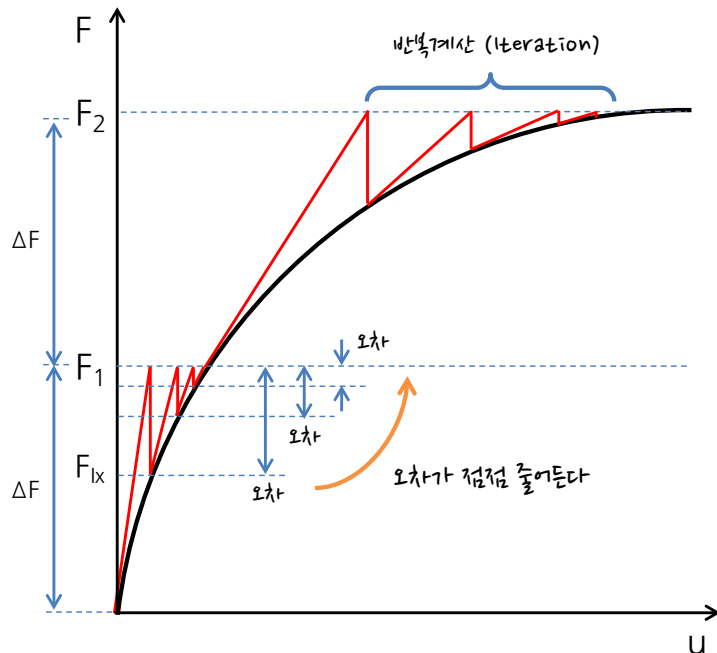
"Newton Raphson Method"

- 하중이 증가되어 적용
- 하중이 증가되면 정적 평형 상태를 유지하기 위하여
반복 해법(Iteration Method)과
수렴성 평가(Convergence Criteria)를 수행
- 강성은 하중 증가와 더불어 갱신됨

Newton Raphson Method

$Ax=b$ 라는 행렬방정식에서 x 라는 해를 계산하는 경우를 생각해 보겠습니다. 만일 행렬 A 와 b 가 x 의 함수가 아닌 특정한 숫자들로 구성되어 있다면 x 는 A 의 역행렬(inverse matrix)을 계산하여 쉽게 계산할 수 있습니다. 하지만 A 나 b 가 구하고자 하는 x 에 무관하지 않고 x 에 따라 변하는 값이라면 이야기는 달라집니다. 다시 말해 x 를 알아야 A 나 b 를 결정할 수 있기 때문에 계산이 단순하지 않습니다. 이러한 경우가 바로 비선형(nonlinear) 문제에 해당됩니다.

이러한 비선형 방정식은 한번의 계산으로 해답을 구할 수 없기 때문에 반복계산(iterative calculation)을 수행해야 합니다. 즉, 구하고자 하는 x 값을 미리 추정하고 이 추정 값을 가지고 A 와 b 를 결정한 다음 x 값을 계산합니다. 그리고 계산된 x 값으로 다시 A 와 b 를 결정한 다음 다시 x 값을 계산하는 일련의 반복과정을 거치게 됩니다. 이렇게 반복적으로 계산을 하면 대부분의 경우 x 는 정답에 가깝게 됩니다. 이러한 반복계산에 있어 가장 큰 관심사는 원하는 정확도를 가지는 해답 x 를 얼마나 적은 반복계산으로 구할 수 있는냐입니다. 이를 위해 많은 반복계산 기법들이 연구자들에 의해 제안되었으며, 그 중에서 가장 효과적인 방법이 바로 뉴턴-랩슨 기법입니다.

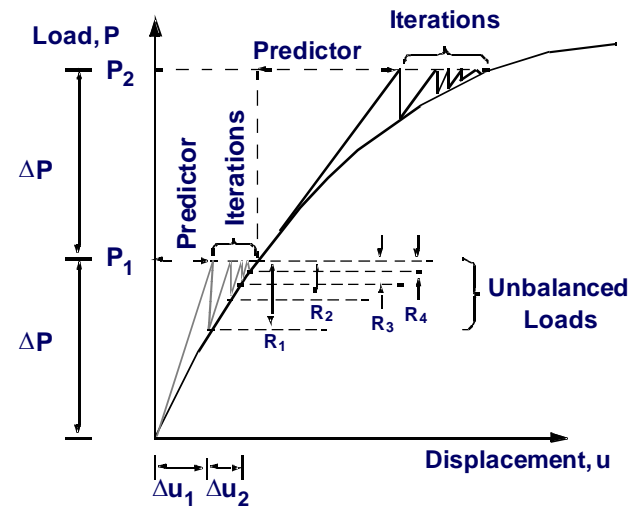
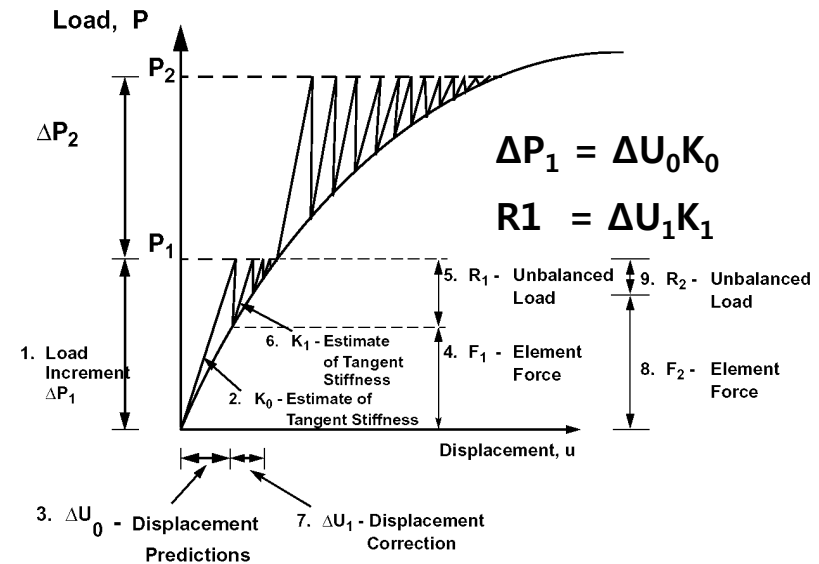


$$[K_T][\Delta U] = \{F_1\} - \{F_{ix}\}$$

- 선형해석에서 $F=KU$ 에서 F (외력) = F (내력)인 경우 해를 구할 수 있으며(수렴) $F=KU$ 를 만족한다.
- 비선형해석에서는 $\{F_1\} - \{F_{ix}\}$ 가 설정된 오차범위 내에 도달하였을 때, 해를 구할 수 있으며 수렴되었다고 한다.
- 이러한 수렴기준은 하중, 변위, 일량 세 가지가 있다

Newton Raphson Method

- | | | |
|-------------------------------|----|-------------------------------|
| Prediction stage | 1. | Load Increment |
| | 2. | Estimate of tangent stiffness |
| | 3. | Displacement predictions |
| | 4. | Element force |
| | 5. | Unbalanced load |
| Corrective (iterative) stages | 6. | Estimate of tangent stiffness |
| | 7. | Displacement correction |
| | 8. | Element force |
| | 9. | Unbalanced load |



MeshFree 비선형 해석 기능



기하비선형

물체의 형상이 과도한 변형을 일으키거나 하중의 방향이 변하는 경우



재료비선형

물체의 응력-변형률 관계가 탄성변위를 벗어나거나 비선형적 탄성을 나타내는 경우



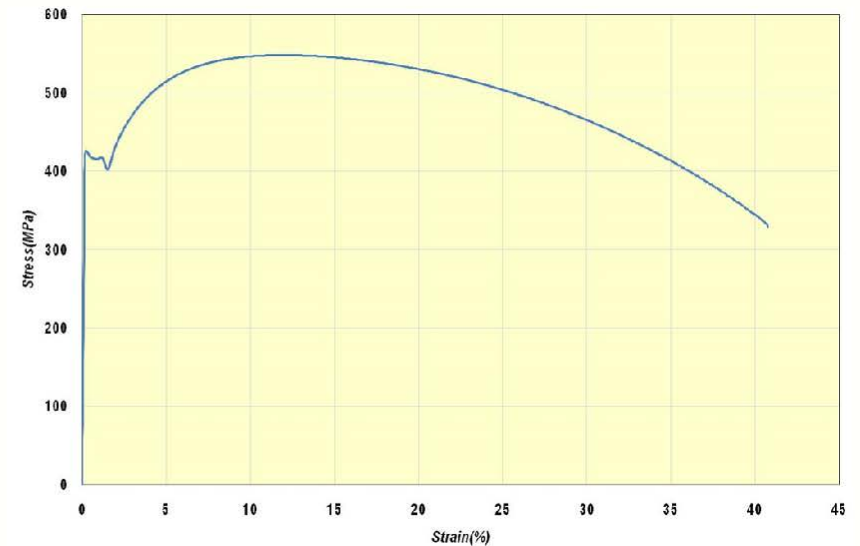
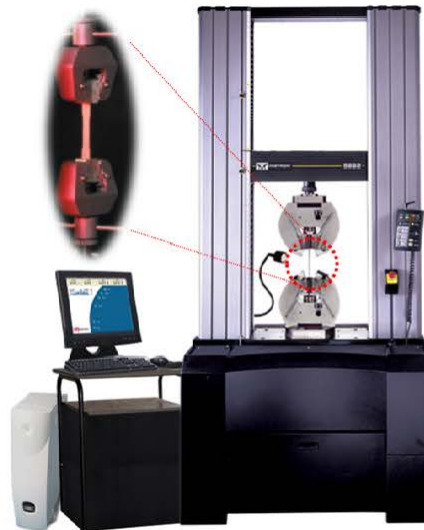
접촉비선형

물체의 거동에 따라 물체의 경계조건이 바뀌는 경우

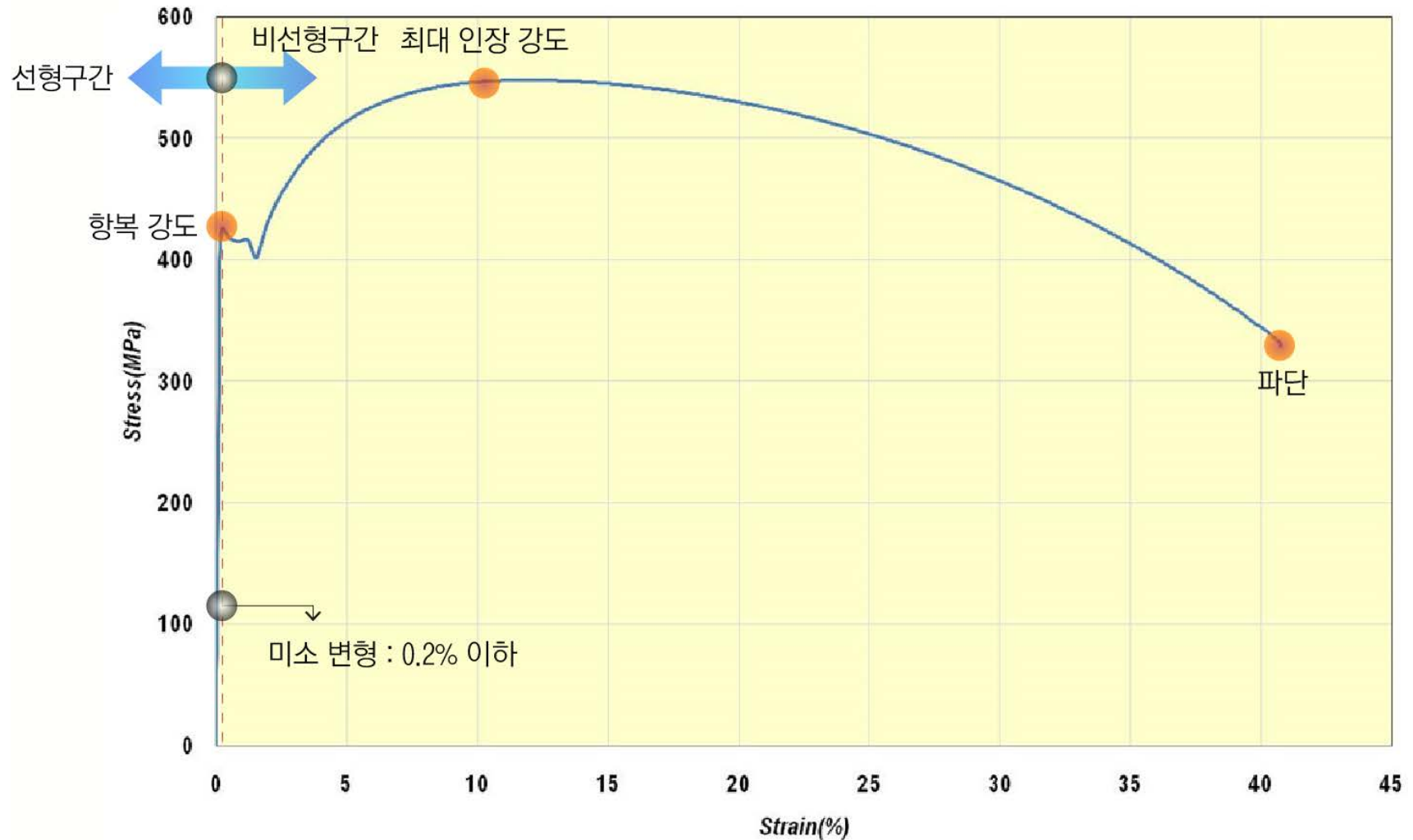
일반적인 비선형 유발 요인은 기하, 재료, 접촉 비선형 성분입니다. 현재 MeshFree 3.0에서는 탄소성 모델 기반의 재료 비선형 기능을 제공하고 있으며, 미소한 변형이 발생하는 경우 일반접촉 조건을 고려한 접촉 비선형 해석이 일부 가능합니다. 그러므로 대변형 및 대회전이 발생하는 구조물 또는 고무와 같은 초탄성 모델을 활용한 구조물, 그리고 대변형을 동반한 일반접촉 기능은 제한되므로 주의를 기울여야 합니다. 상기의 해석 기능은 기하 비선형 개발 완료 후 단계적으로 지원될 예정입니다.

하중을 받고 있는 구조물은 재하 초기에는 하중과 변형이 비례관계를 성립하는 탄성 영역에 존재합니다. 그러나, 하중의 크기가 증가하면서 특정 응력 값 (항복응력) 에 도달하면 하중의 크기증가에 비해 변형의 크기 증가가 커지는 소성영역으로 변하게 됩니다. 이 상태에서 하중의 크기가 더욱 증가하면 응력-변형률 관계를 갖지 않는 파괴단계에 이르게 됩니다. 이와 같이 하중 크기와 방향의 변화에 따라 재료의 특성 값이 변화하여 구조물의 비선형적 거동을 유발시키는 것을 재료비선형이라고 합니다. 본 교육에서는 금속재료의 비선형 해석 (탄소성모델)에 대해 알아보도록 하겠습니다.

재료비선형을 고려한 해석을 수행하기 위해서는 필수적으로 응력-변형률 곡선이 있어야 합니다. 이러한 응력-변형률 곡선은 인장 실험을 통하여 구할 수 있습니다. 보통 인장 실험을 하면 하중과 변위 곡선으로 값이 나타나게 됩니다. 여기서, 중요한 사항은 해석에 필요한 값은 응력과 변형률 곡선이므로 실험 수행 전에 시험체의 단면적과 표점 거리를 정확하게 측정하여야 합니다. 이를 통하여 하중과 변위 곡선을 응력과 변형률 곡선으로 변환할 수 있습니다. 다음 그림은 전형적인 강재의 응력-변형률 곡선을 나타내었습니다



연성 재료의 대표적인 응력-변형률 곡선



연성 재료의 대표적인 응력-변형률 곡선

각종 재료의 응력-변형률 선도는 서로 차이점이 많고, 같은 재료일지라도 시편의 온도나 하중의 적용 속도에 따라 결과는 달라질 수 있습니다. 여러 가지 그룹의 재료들에 대한 응력-변형률 선도들에서 일부 공통되는 특성을 구분할 수 있으며, 두 가지 크게 분류를 할 수 있습니다. 즉, 연성 재료와 취성 재료로 나눌 수 있으며, 본 교재에서는 연성재료의 주요 특징에 대해서만 설명합니다.

항복강도

물체가 외부로부터 하중을 받으면 어느 시점까지는 하중에 비례하여 변형률(strain)과 응력(stress)이 증가하는 반면 하중을 제거하면 변형률과 응력은 선형적으로 감소하여 변형 전 초기형상으로 되돌아 갑니다. 하지만 하중의 크기가 어느 값을 초과하게 되면 하중을 제거하여도 물체는 초기형상으로 복원되지 못하고 어느 정도 크기의 영구적인 변형을 유지하게 됩니다. 그리고 이 시점 이후부터 변형률과 응력은 더 이상 선형적인 관계를 유지하지 않을뿐더러, 급격한 변형률을 나타냄과 동시에 최종적으로 파단에 이르기에도 합니다. 항복응력이란 이러한 뚜렷한 물체 거동을 구분하는 기준이 되는 응력값을 의미합니다. 다시 말해, 항복응력 이하에서는 변형률과 응력은 선형적인 관계를 유지할뿐더러 하중을 제거하면 영구적인 변형이 남지 않습니다. 하지만 이 시점 이상의 하중에서는 변형률과 응력은 현저한 비선형적 관계를 나타내고 하중을 제거하여도 물체는 영구적인 변형을 나타냅니다. 엄밀한 의미에서 항복응력 보다 조금 낮은 응력 값인 비례한도(proportional limit)가 이러한 기준에 보다 적합하지만, 두 값의 차이가 매우 작기 때문에 통상적으로 항복응력을 주로 사용하고 있습니다. 항복응력은 재료의 고유한 특성으로 재료마다 각기 다른 값을 지니고 있습니다. 그리고 특정 재료에 대한 항복응력은 인장시험기라 불리는 실험장치를 이용하여 구한 응력-변형률 선도(stress-strain diagram)로부터 결정할 수 있습니다.

탄성계수

일반적으로 힘과 늘어난 길이가 비례관계에 있는 물체의 변형을 탄성변형(elastic deformation)이라고 부르고, 이 탄성영역을 초과하여 힘을 가하면 물체는 소성변형(plastic deformation)을 나타내기 시작합니다. 물체의 늘어난 량에 대한 외부 힘의 상대적인 비를 탄성계수라고 부르고, 보다 정확한 공학적인 정의는 응력-변형률 선도(stress-strain diagram)의 탄성범위 내에서의 기울기입니다. 항복강도 이전 지점을 일반적으로 선형 구간으로 표현하며, 항복강도 이후 지점을 비선형 구간으로 정의할 수 있습니다. 응력-변형률 선도에서 보듯이 선형 구간은 변형률 0.2% 이내 구간으로 변형이 미소하게 발생합니다. 그러므로 선형해석을 수행하는 경우에는 반드시 미소 변형이 발생하였는지를 판단하여야 합니다.

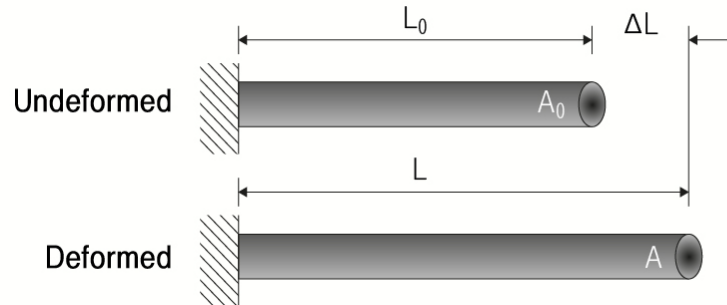
최대 인장강도와 파단 강도

인장 시험에서 최대 하중이 가해진 때의 응력을 최대 인장강도라고 정의하며, 파단 되었을 때의 강도를 파단 강도로 정의합니다. 일반적으로 최대 인장 강도 부근에서부터 단면이 줄어드는 넥킹 현상이 발생합니다. 이런 넥킹 현상은 단면을 줄어드는 현상을 만들어 냅니다. 우리가 일반적으로 보고 있는 응력-변형률 선도는 이러한 넥킹 현상을 고려하지 않은, 즉 초기에 측정된 단면적을 나누어서 나타내는 공칭응력-공칭변형률 선도로 나타냅니다. 비선형 수치해석을 수행하는 경우에는 음의 기울기를 가지는 강성은 수렴성이 떨어지는 경향이 있어 해를 구하기가 어렵습니다. 이러한 현상을 개선하기 위해서는 다음에 설명할 진응력-진변형률 곡선을 이용하는 것을 추천합니다.

일반적으로 실험을 통해 정의되는 응력-변형률 곡선은 Engineering Stress-strain으로 정의합니다. 이러한 Engineering Stress-Strain은 초기 측정된 단면적을 나누어서 계산되므로 실험 중 발생하는 단면적 감소 효과를 고려하지 않습니다. 이러한 단면적 감소 효과를 고려하여 나타낸 응력-변형률 곡선을 True Stress-Strain 곡선이라고 정의합니다. 일반적으로 True Stress-Strain 곡선을 이용하여 재료모델을 생성합니다. Engineering Stress-Strain과 True Stress-Strain곡선의 관계는 다음 식과 같습니다.

공칭응력

- 재료의 인장실험을 통해 얻은 응력-변형률 곡선은 면적의 변화를 고려하지 않음
- 최대 인장강도 이후의 연화부분에 대한 성능검증을 위해서는 진응력-진변형률 곡선으로 변화하여 입력



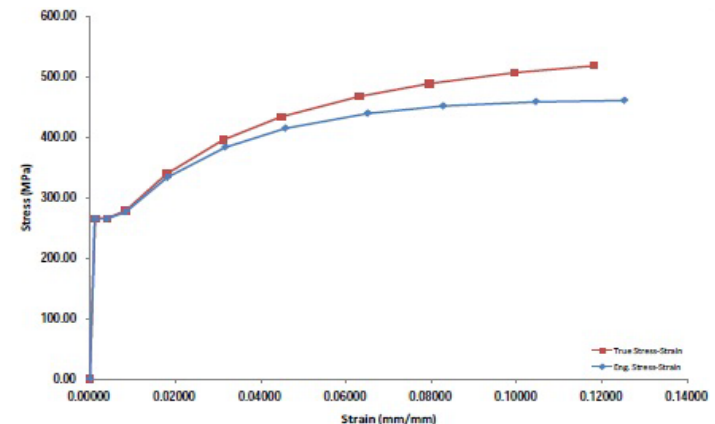
$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

↓

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

진응력 (True stress), 진변형률 (True strain) 변환식

$$\sigma_{True} = \frac{F}{A} = \sigma_{Eng}(1 + \epsilon_{Eng}), \quad \epsilon_{True} = \int_{L_0}^L \frac{\Delta L}{L} = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(1 + \epsilon_{Eng})$$



인장시험 데이터 활용 방안

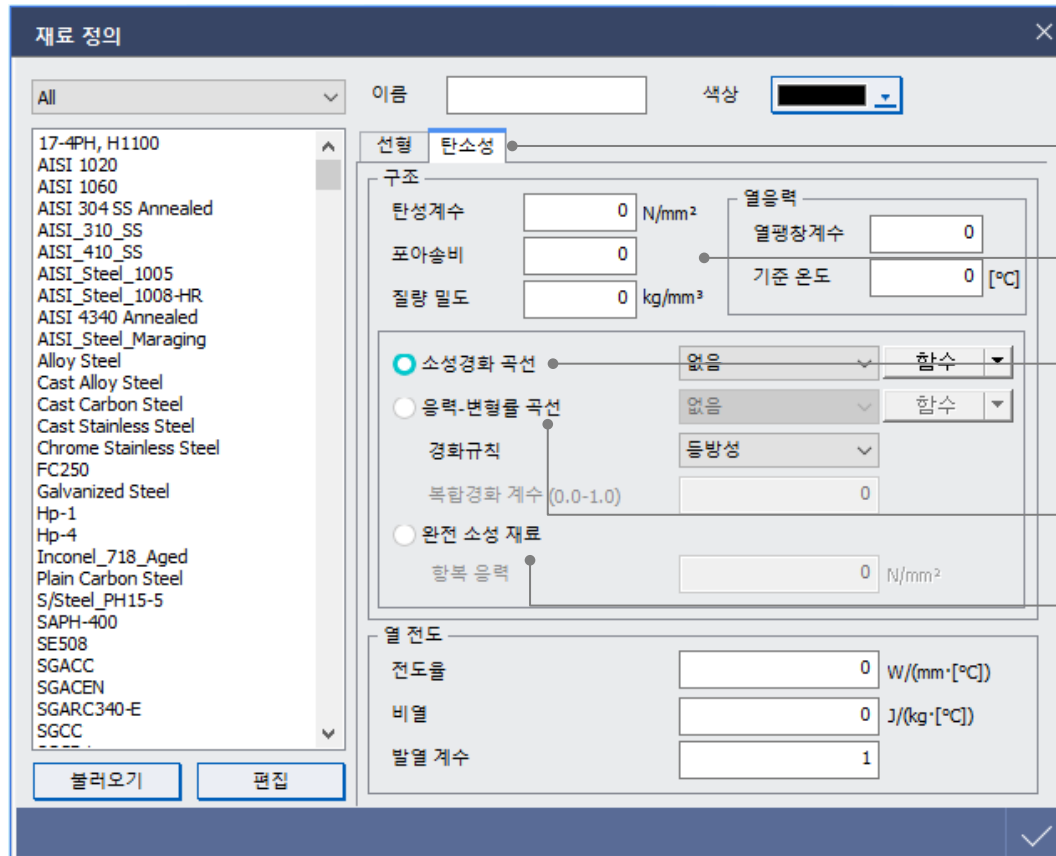
$$\sigma_{True} = \sigma_{eng}(1 + \epsilon_{eng})$$

$$Plastic Strain = Total Strain - \left(\frac{Yield Stress}{Young's Modulus} \right)$$

공칭변형률 Eng. Strain (mm/mm)	공칭응력 Eng. Stress (MPa)	진변형률 True Strain (mm/mm)	진응력 True Stress (MPa)	Plastic Strain (mm/mm)	True Stress (MPa)
0.00000	0.00	0.00000	0.00		
0.00112	264.70	0.00112	265.00	0.00000	265.00
0.00400	264.70	0.00399	265.76	0.00287	265.76
0.00837	276.14	0.00834	278.45	0.00722	278.45
0.01811	332.96	0.01795	338.99	0.01683	338.99
0.03170	383.16	0.03121	395.31	0.03009	395.31
0.04574	414.51	0.04472	433.47	0.04361	433.47
0.06505	439.14	0.06302	467.71	0.06190	467.71
0.08273	451.17	0.07949	488.50	0.07837	488.50
0.10447	458.31	0.09937	506.19	0.09825	506.19
0.12521	460.50	0.11797	518.16	0.11685	518.16

$$\epsilon_{True} = \ln(1 + \epsilon_{eng})$$

MeshFree에서는 탄소성 재료에 대한 재료 모델을 크게 3가지 지원하고 있습니다. 해석의 범위 및 성능 검증 범위를 파악하여 사용자가 선택할 수 있습니다. 비선형 재료 모델은 재료 정의 창에서 정의할 수 있으며, 크게 완전소성, 바이리니어 곡선, 멀티리니어 곡선을 제공하고 있습니다.



탄소성 모델 탭에서 비선형 재료 모델 입력이 가능합니다.
해석케이스에서 비선형 해석을 선택하여야 활성화 됩니다.

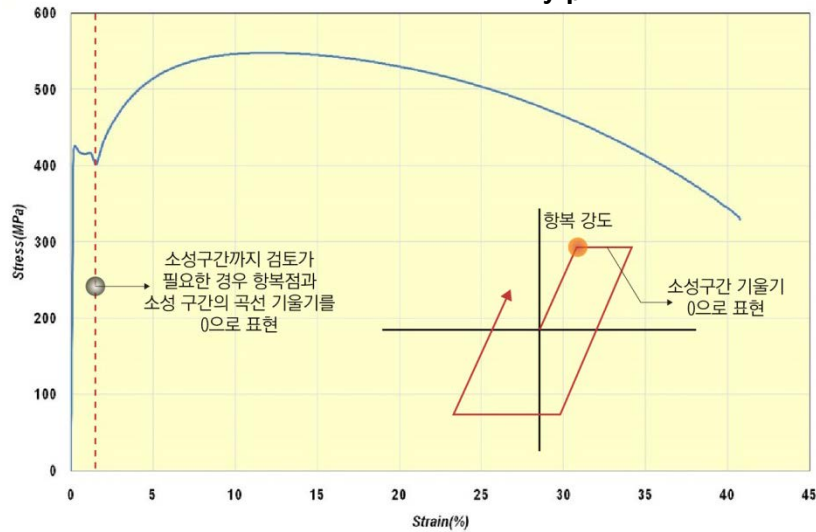
기본적인 재료 물성치를 입력합니다.
실험데이터를 이용하는 경우 실험에서 구해진 탄성계수를 입력합니다.
이때 산정된 탄성계수는 아래 항에 입력되는 응력-변형률 선도의 데이터와 일치해야 합니다.

소성 상태의 경화 곡선을 입력합니다.
탄성 부분의 값은 상기의 탄성계수에서 표현됩니다.
P33의 Plastic strain-True stress 값을 함수에 입력합니다.

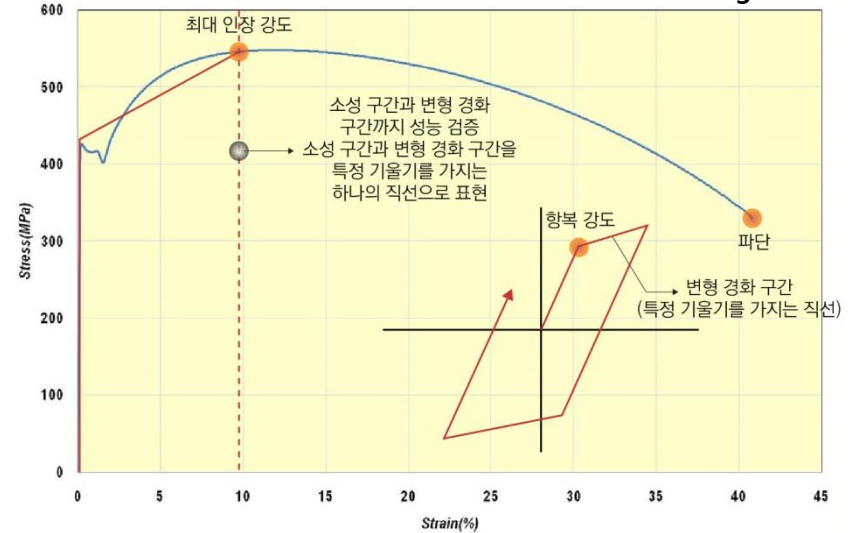
응력-변형률 곡선을 모두 입력합니다.
이때 입력되는 값은 P33의 진변형률-진응력 값을 입력합니다.

완전소성 재료는 탄성계수와 항복 응력을 이용하여 나타냅니다.
항복응력 이후 부터는 기울기가 0인 완전소성 상태로 표현됩니다.

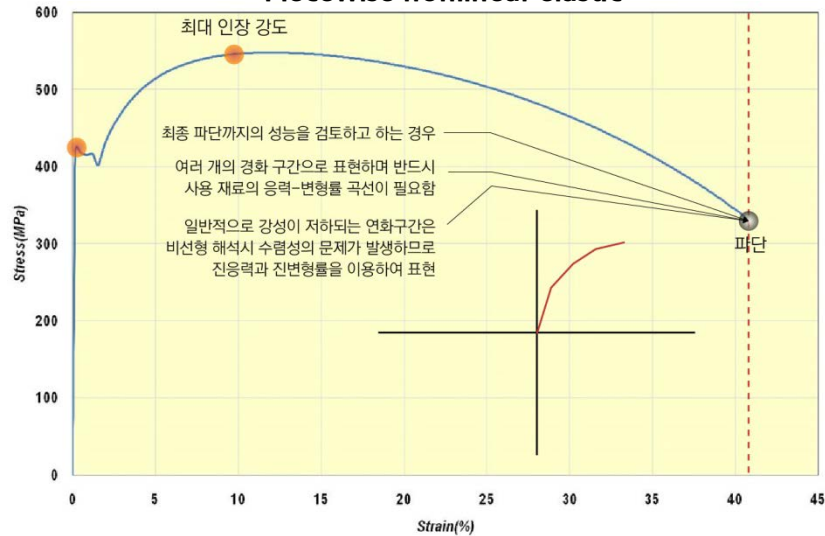
Bilinear Elasto - Perfectly plastic



Bilinear Elasto - Plastic with strain hardening



Piecewise nonlinear elastic



재료 모델	주요 사항
Bilinear Elasto Perfectly plastic	<ul style="list-style-type: none"> 소성 구간의 곡선의 기울기가 0인 모델로 항복응력을 입력하여 소성 시작점을 정의 소성구간까지의 검토가 필요한 경우 탄성계수, 항복 강도만 있으면 생성 가능
Bilinear Elasto Plastic with strain hardening	<ul style="list-style-type: none"> 경화구간 곡선이 하나의 직선으로 구성되면, 소성경화 곡선 또는 응력-변형률 곡선을 이용하여 정의 소성 및 변형 경화 구간을 하나의 기울기로 가지는 곡선으로 표현 상기 그림과 같이 직선을 중심으로 추가되는 면적과 제거되는 면적으로 고려하여 기울기를 산정 (동일한 에너지 흡수 능력 보유 모델로 구성)
Piecewise nonlinear elastic	<ul style="list-style-type: none"> 경화구간 곡선이 여러 개의 직선으로 구성되며 실제 재료 실험을 통해 얻어진 데이터로 정의 최종 파단까지의 제품 성능을 검토하고자 하는 경우에 적합

비선형 해석 요약

물체가 하중이나 온도와 같은 외부 자극에 대해 비선형적(nonlinear) 거동을 나타내는 경우, 이 거동을 수치해석(numerical analysis)을 통해 그 해답을 구하는 것을 말합니다. 비선형적 거동은 외부 자극에 대하여 비례적인 관계를 보이지 않기 때문에 선형해석(linear analysis)에 비해 어렵고 긴 계산시간을 요구합니다. 선형 거동을 나타내는 문제는 외부 자극과 물체의 거동이 직선적인 관계를 나타내기 때문에, 이 직선의 기울기만 안다면 이 직선과 외부 하중이 만나는 교점을 찾기만 하면 물체의 거동을 구할 수 있습니다. 다시 말해 단 한번의 계산으로 수치결과를 구할 수 있습니다.

하지만 비선형적 거동을 나타내는 경우에는 물체의 거동이 외부 자극에 대하여 곡선적인 변화를 나타내기 때문에 곡선 상의 각 지점에서의 기울기는 각기 다릅니다. 따라서 물체의 초기 예상치(initial guess)에 해당하는 곡선 상의 기울기로 중간 단계의 해답을 구한 다음, 다시 이 중간 단계의 해답에 해당하는 기울기로 다음 중간 단계의 해답을 구하는 반복계산 방법(iterative method)을 적용해야 합니다. 다시 말해 선형해석에서와 같이 단 한번의 계산으로 정확한 해답을 구할 수 없다는 의미입니다.

비선형 해석을 위한 대표적인 반복계산 기법으로 뉴턴-랩슨 기법(Newton-Raphson method)이 있습니다. 물체가 비선형적 거동을 나타내는 대표적인 예로는 물체의 재료 물성치(material property)가 구하고자 하는 거동에 따라 변하는 경우, 물체의 거동에 따라 물체의 형상이나 하중이 변하는 경우, 그리고 물체의 거동에 따라 물체의 경계조건(boundary condition)이 변하는 경우입니다.

비선형 해석에서 정확한 해답을 구하기 위해서는 무한 번의 반복계산이 필요하기 때문에, 허용 가능한 오차(error) 범위를 미리 지정해 주어야 합니다. 이것을 허용오차(allowable error)라고 부르고, 이 값은 해석의 목표에 따라 해석자가 주관적으로 결정하는 것이 일반적입니다.

비선형 해석이 필요한 경우

비선형해석이 선형해석 만큼 빠르고 쉽게 모형 화하고 해석조건을 설정할 수 있다면, 비선형 해석의 수행 여부를 결정할 필요는 없습니다.

비선형해석은 선형해석에 비해 해석을 위한 절차가 복잡할 뿐 아니라, 올바른 결과를 얻기 위한 기법들을 익히는 데도 상당한 시간과 추가적인 노력이 소요될 수 있습니다.

결론적으로 해석자나 설계자는 비선형 해석을 수행해야만 하는 이유를 판단할 수 있어야 합니다.

정확한 최종 결과를 얻어야 하는 경우

해석초기의 비교해석이나 경향해석을 위해서는 재료의 비선형성이나 대변형을 무시한 해석을 수행할 수 있습니다. 그러나, 설계 후반부에서 단 순화하고 근사화했던 것들에 대해 의문을 갖게 되는 시점이 있을 수 있습니다.

제품의 안정성을 고려한다면 제품의 원형(Prototype) 제조 전에 적어도 한 번 이상의 비선형 거동을 검토하는 것이 필요합니다.

접촉이 존재하는 모델의 경우

완성품의 경우 대부분 부품들의 조합으로 이루어진다. 부품 상호간에 접촉하거나 미끄러짐 또는 떨어지는 효과들을 고려해야 하는 경우가 있습니다.

이런 거동을 정확히 확인하고자 하는 경우 비선형해석이 필요합니다.

유연한 부품의 대변형

얇은 구조물의 경우 대변형 효과를 고려하지 않는다면 극단적인 변형이나 응력을 유발할 수 있습니다.

박판 구조물의 변형은 대변형 효과를 고려하는 경우 선형해석결과의 1/5에 지나지 않습니다. 단 순히 선형해석 결과만으로 이러한 변형의 감소를 예측하는 것은 불가능합니다.

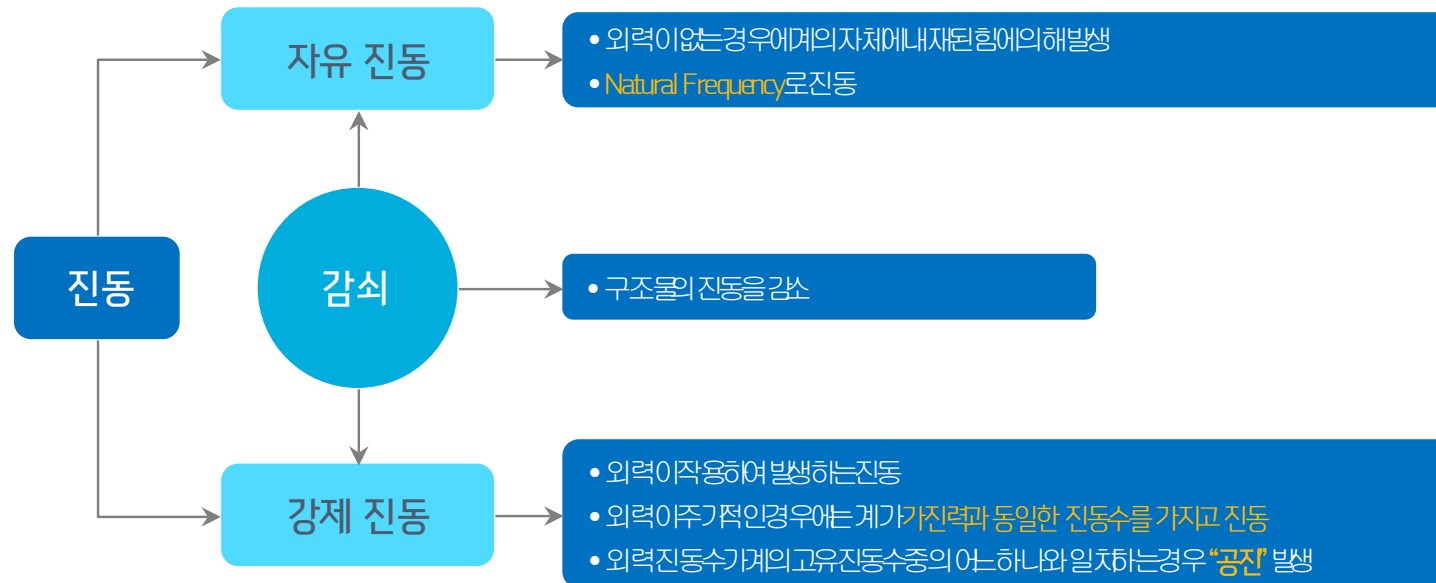
그외 비선형 거동이 예상되는 경우

- 최대응력이 항복응력과 유사한 경우
- 의도된 대변형을 발생시키는 경우
- 비정상적으로 대변형이 생기는 경우
- 두 개의 표면이 관통하는 경우

진동 기초

진동

물체가 시간이 흐름에 따라 하나의 점을 중심으로 반복적으로 왔다 갔다 하면서 움직이는 상태
 혹은 어떤 물리적인 값이 일정 값을 기준으로 상하 요동을 보이는 상태



구조물의 진동은 자유진동과 강제진동으로 구분할 수 있습니다. 자유진동이란 구조물에 외력이 없는 상태에서 구조물에 내재된 힘(관성력, 감쇠력, 복원력)만으로 진동하는 것을 의미하며, 이 경우 구조물의 진동은 외력의 영향을 받지 않는 구조물만의 고유한 동적 특성인 하나 이상의 고유진동수로 진동합니다. 강제진동이란 구조물에 작용하는 외력에 의한 구조물의 진동을 말하며, 이 경우 구조물의 진동은 주로 가진 하중의 동적 특성인 가진진동수로 진동합니다.

구조물의 자유진동 응답에는 하중보다 구조물의 고유한 특성이 주로 반영되기 때문에, 구조물의 자유진동 응답을 분석함으로써 구조물의 동적 특성을 추정할 수 있습니다. 또한 강제진동일 경우, 외력의 가진 진동수와 구조물의 고유한 동적 특성인 고유진동수가 서로 일치하거나 급저할 경우에 구조물의 진동응답은 크게 증폭되는 공진현상이 발생할 수 있으므로, 구조물의 동적 해석과 설계에 구조물의 동적 특성인 고유진동수를 계산하는 것은 매우 중요합니다.

구조물의 동적 특성인 고유진동수는 구조물의 질량(mass), 감쇠(damping), 그리고 강성(stiffness)을 사용하여 구할 수 있습니다.

$$\overbrace{m\ddot{u}(t)}^{\text{관성력}} + \overbrace{c\dot{u}(t)}^{\text{감쇠력}} + \overbrace{ku(t)}^{\text{복원력}} = \overbrace{p(t)}^{\text{작용하중}}$$

$\xrightarrow{\text{가속도응답}} \quad \xrightarrow{\text{속도응답}} \quad \xrightarrow{\text{변위응답}}$
 미분 미분

구조물의 운동을 기술하는 방정식을 운동방정식이라 하며, 통상 시간의 함수로 나타냅니다. 고전역학에 근거할 경우 구조물의 운동방정식은 뉴턴의 제 2법칙에 의해 유도되며, 시간에 대한 2계 미분방정식으로 표현됩니다. 여기서 일반적으로 구조물의 운동을 기술하기 위해서 구조물의 변위, 속도, 가속도 등의 물리량을 사용합니다.

운동방정식을 유도하기 위한 다양한 방법들이 있지만, 이 방법들은 모두 뉴턴의 운동법칙이 기본인 고전 역학을 근거로 하므로, 결국 동일한 방정식 유도됩니다. 운동방정식을 유도하기 위한 다양한 방법은 1) 뉴턴의 운동방정식, 2)달랑베르의 원리, 3) 가상일의 원리, 4) 해밀턴의 원리, 5) 라그랑주의 방정식, 6) 에너지 방법, 7)레이리 방법 등이 있습니다.

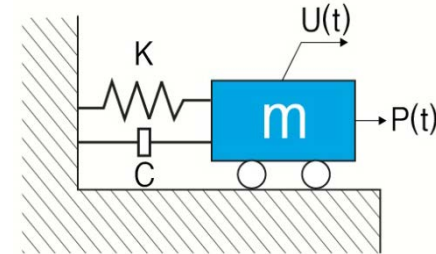
오른쪽에 보시는 바와 같이 질량 m 과 강성 k , 감쇠 C 로 정의된 시스템을 보겠습니다.

먼저 이 시스템은 정지해 있다고 가정하겠습니다. 여기에 $p(t)$ 라는 동적하중을 입력하게 되면, 물체는 입력되는 외력에 의해 진동하게 됩니다.

그리고 힘이 들어오는 순간 질량 m 은 원래 위치를 유지하려고 하는 관성력이 발생하게 됩니다. 즉, $F=ma$ 라는 관성력이 발생합니다. 또한 힘의 작용에 의해 질량은 변위가 발생하게 됩니다. 즉 원래 위치에서 다른 위치로 변위가 발생하게됩니다. 그러면 늘어난 길이에 스프링 상수 k 를 곱하여 다시 원래 위치로 돌아오려는 복원력이 발생하게 됩니다. 마지막으로 앞서 설명 드린 바와 같이 진동이 발생하게 되면 진동을 저감시키는 감쇠력이 함께 발생하게 됩니다.

즉 외력 $p(t)$ 가 작용하게 되면 내부적으로 관성력, 감쇠력, 복원력이 발생하게 되고 이를 수학적 식으로 나타낸 것이 운동방정식이라고 정의합니다. 운동방정식은 동해석의 기본이 되는 식으로 잘 알고 계시는 것이 좋으며, 이 식을 통해 해석에 필요한 모든 값을 입력할 수 있습니다. 즉, 좌변에 보시는 질량 정보가 반드시 입력되어야 하고, 감쇠의 영향을 파악하기 위해서는 감쇠값을 입력해야 합니다. 그리고 강성을 표현하기 위해서는 재료의 탄성계수와 정확한 모델링이 입력되어야 합니다.

동해석은 위 3가지 사항을 제대로 고려해야만 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있습니다.



Input (가진력)	$P(t)$	주기하중 및 비주기 하중으로 구분 시간 및 주파수 하중으로 입력
Vibration System	$m\ddot{u}(t)$	관성력 (Inertia force) 변화에 대한 저항력
	$c\dot{u}(t)$	감쇠력 (Damping force) 운동에너지의 손실
	$Ku(t)$	복원력 (Elastic force) 초기 상태로의 복귀
Output (진동)	$U(t)$	가진력에 대한 응답 (진동) 표현 시간 및 주파수 하중에 대한 진동 표현

공진현상에 대해 알아보도록 하겠습니다. 아래의 영상은 전형적인 공진에 의해 구조물이 파괴되는 현상입니다.

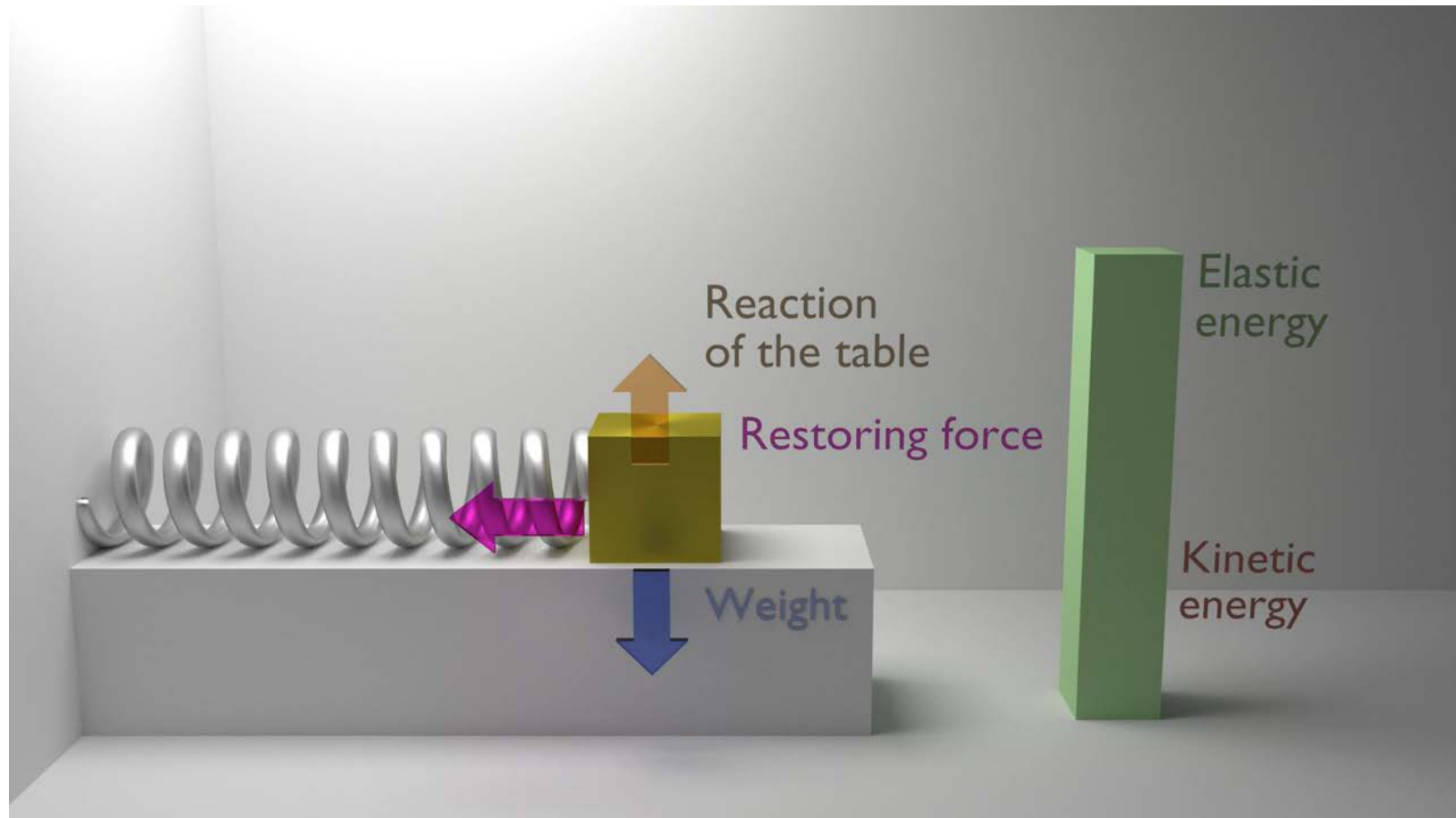
헬리콥터의 경우에는 프로펠러에서 작용하는 강제 진동수와 기체가 가지는 고유진동수가 일치하게 되면서 변형이 크게 발생하여 파괴되는 현상입니다. 이와 마찬가지로 타코마 브리지의 경우도 바람이 작용하는 진동수와 교량의 상판의 진동수가 일치하게 되면서 변형이 크게 발생하여 파괴되는 현상을 보이고 있습니다. 힘의 크고 작음을 떠나 외부에서 입력되는 가진 주파수와 구조물이 가지는 고유진동수가 일치하게 되면 진폭이 크게 증가하는 현상을 공진이라고 정의합니다. 이론적으로는 무한히 변형이 발생하게 되지만, 구조물이 가지는 감쇠력이 있어 일정한 값으로 수렴하기는 하지만, 설계시 목적했던 변위보다 크게 발생하면서 궁극적으로는 구조물이 파괴될 수 있습니다. 여기서 우리가 쉽게 알 수 있는 것을 외력이 어떤 가진 주파수로 가진이 되는지는 쉽게 알 수 있습니다. 즉 설계 단계에서 성능을 만족하기 위한 값을 선정하기 때문에 우리는 대부분 얼마의 하중이 어떤 주파수, 또는 알피엠으로 작용하는지는 쉽게 알 수 있습니다.

하지만, 우리는 구조물이 얼마의 고유진동수를 가지고 있는지는 쉽게 파악하기 힘듭니다. 소형 구조물의 경우 진동수 실험으로 통해 추출이 가능하지만, 영상에 보신 헬기나 교량과 같은 대형 구조물은 예측하기 어렵습니다.

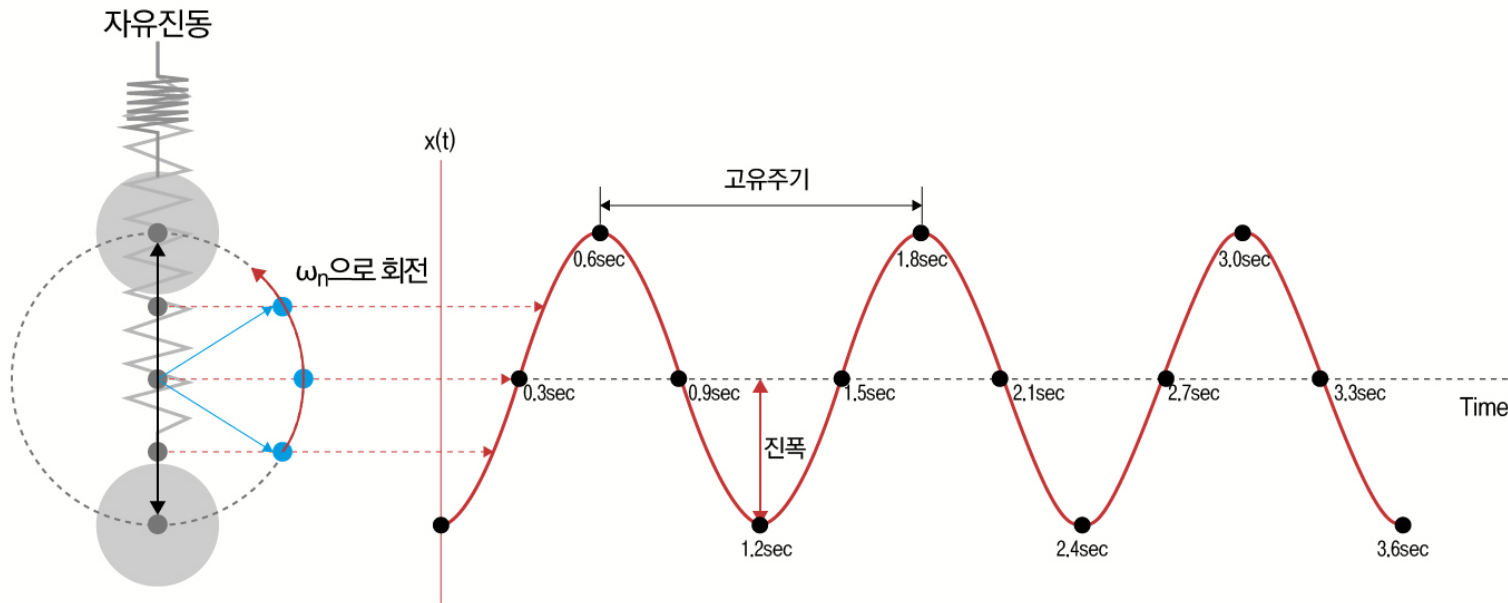
**고유 진동수와 같은 진동수의 외력이 주기적으로 전달되어 진폭이 크게 증가하는 현상을 공진으로 정의
물체의 고유진동수가 작동 주파수 근처에 있게 되면 진동과 소음이 커지고 궁극적으로 구조물이 파괴될 수 있는 현상**



모드해석은 자유진동 상태에서의 구조물의 고유진동수를 찾는 것이 주 목적입니다. 자유진동은 구조물에 작용하는 외력이 없는 상태에서 구조물에 내재된 힘(관성력, 탄성력)만으로 진동합니다. 여기서 감쇠 효과가 없다고 가정하면 탄성력(원래 형상으로 되돌아 가는 복원 특성)과 관성력(변화에 대한 저항, 운동을 그대로 유지하려는 특성)이 평형이 되면 무한운동(진동)이 발생하게 됩니다. 구조물의 자유진동 상태에서의 무한운동(진동)의 진동수가 고유 진동수, 변형 형상이 모드형상으로 정의합니다. 모드해석을 이용하여 공진 여부를 사전에 예측할 수 있으며 문제를 회피할 수 있습니다.



단자유도계의 고유주기, 고유진동수, 고유각진동



고유주기 (Natural period, T_n)

- 1회 반복 운동(진동)을 하는 시간
- 단위 : sec

고유진동수 (Natural frequency, f_n)

- 1초당 진동하는 횟수
- 고유주기의 역수를 취해 산정 가능
- 단위 : Hz

고유각진동수 (Natural angular frequency, ω_n)

- 진동수에 해당하는 각속도
- 고유진동수와 고유 각진동수의 관계는 다음 식으로 표현 가능
- $\omega_n = 2\pi f_n$ (rad/sec)
- 단위 : Rad / sec

고유진동수의 수학적 표현

운동 방정식

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t)$$

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0$$

자유 진동 조건

- 외력이 없는 상태 : $p(t) = 0$
- 감쇠가 없는 상태 : $c = 0$
- 초기 조건이 0이 아닌 상태 : $u(0) = u_0 \quad \dot{u}(0) = \dot{u}_0$

$$\ddot{u}(t) + \frac{k}{m}u(t) = 0$$

$$\ddot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = 0$$

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{고유 각진동수 (rad/sec)}$$

“고유 각진동수 (Natural angular frequency)”

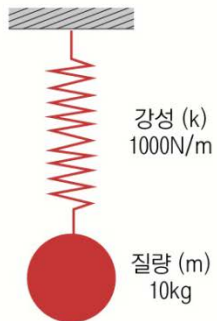
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{10}} = 10 \text{ rad/sec}$$

“고유 진동수 (Natural frequency)”

$$\omega_n = 2\pi f_n \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1.59 \text{ Hz}$$

“고유 주기 (Natural Period)”

$$T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{1}{1.59} = 0.63 \text{ sec}$$



고유진동수 증가

강성 증가 : 설계 제품 보강 또는 탄성계수가 높은 재질 사용

질량 증가 : 설계 제품 무게 증가

고유진동수 감소

구조물의 동특성 / 진동 특성 파악

고유진동수 (Natural Frequency)

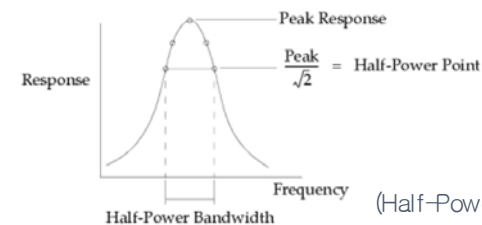
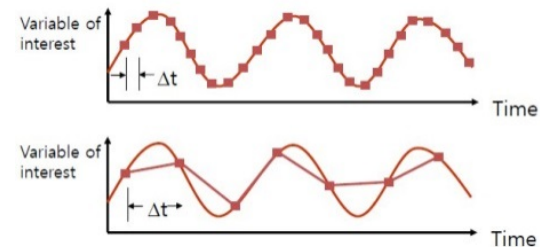
- 구조물의 고유진동수와 운영주파수(설치구조물/하중 가진 주파수)가 일치하면 공진 발생
- 구조물에 공진이 발생하면 진동과 소음이 급격하게 커지고 구조물 파괴 가능
- 모드해석을 통해 구조물의 공진이 예상되면, 구조물의 고유진동수가 운영주파수 대비 1/3 이하로 낮아지거나 3배 이상 커지도록 설계 변경

모드형상 (Mode Shape)

- 모드형상을 파악하여 설계에서 영향이 큰/작은 고유진동수 파악
- 각 모드의 모드형상과 작용하중의 방향이 서로 다른 경우에는 해당 모드의 고유 진동수의 영향이 작음
(예) 작용하중의 방향이 수직으로 고정되어 있다면, 수직방향을 제외한 다른 방향의 모드형상에 해당하는 모드의 고유진동수는 영향이 작음

중요 모드를 파악하여 후속 동해석 (시간/주파수)의 가이드로 활용

- 모드중첩법을 이용한 동해석 수행에서 계산된 고유진동수와 모드형상 이용
- 정확한 동해석 계산이 가능할 만큼 충분한 모드가 사용되는지 파악
- 이론적으로는 질량참여율 합이 90% 이상 될 만큼의 모드 사용
- 시간응답해석의 적절한 시간 증분(Δt) 파악
- 주파수응답해석의 관심 주파수 범위를 파악하고, 주파수 증분을 설정
- 응답이 큰 주파수 범위에서는 작은 간격, 나머지 영역에서는 큰 간격 사용



(Half-Power Bandwidth에서는 최소 5개의 점 사용)

공진 발생 가능성 검토

→ 고유진동수가 외부하중/가진의 작동 주파수

범위 내인지 확인

- 보통 처음 3개의 저차 모드(1차~3차 모드)의 고유진동수를 확인
- 이 3개 모드의 고유진동수가 운영주파수의 범위를 벗어나 있으면 공진에 대해 안전하다고 판단
- 3개 모드의 고유진동수가 운영주파수 범위 내에 있으면 공진 발생 가능
- 이 경우에 하중/가진 방향을 알면, 각 모드에 대한 질량참여율과 방향 검토
 - 하중의 작용방향과 모드의 질량참여율이 높은 방향이 일치하지 않으면 해당 모드는 동적 거동의 안정성을 해치지 않음
 - 두 방향이 동일하면 공진 발생을 피하기 위하여 구조물의 설계 변경 필요
 - 기본적으로 구조물의 고유진동수가 운영주파수의 1/3 이하 또는 3배 이상이 되도록 설계를 변경하는 것이 안전

고유진동수의 조정

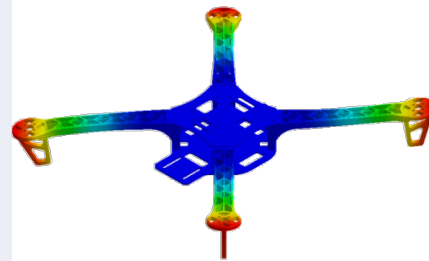
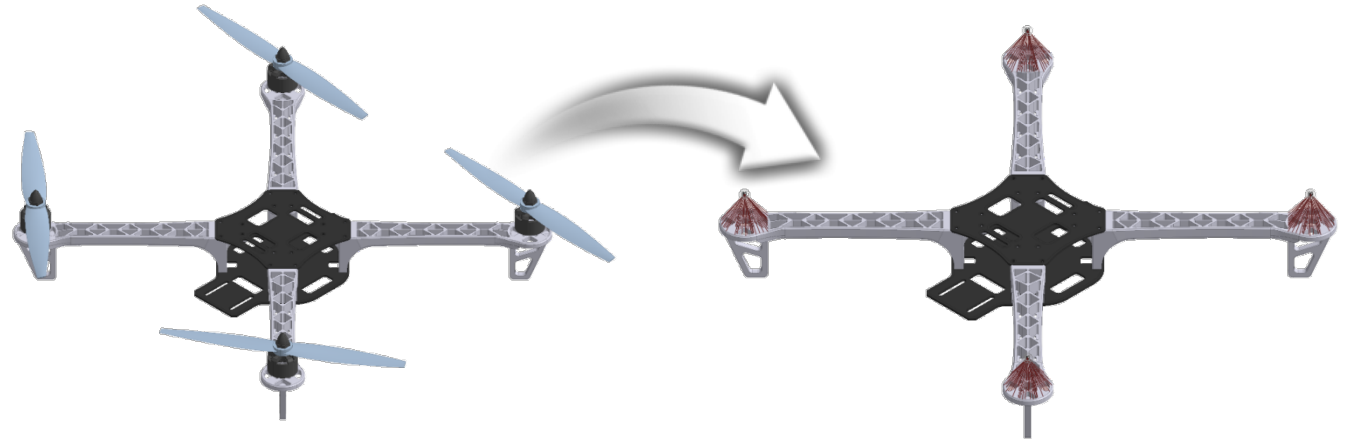
- 고유진동수(f)가 강성(k)에 비례하고 질량(m)에 반비례하는 특성 이용
- 구조물의 강성을 증가시키거나 질량을 줄이면 고유진동수가 커짐
- 반대로 강성을 줄이거나 질량을 증가시키면 고유진동수는 낮아짐
- 구조물의 강성을 높이기 위하여 구조물을 보강할 때에는 관심 모드에서 변형에너지가 높은 부분을 찾아서 보강하는 것이 효과적임
- 변형에너지가 높은 부분이 결국 변형이 크게 발생하는 부분이며, 구조물의 강성을 키워주는 보강은 변형에너지를 낮추고, 고유진동수는 높임

모드형상의 검토

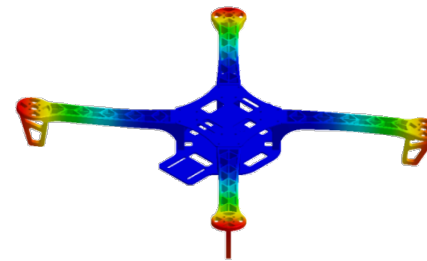
- 모드형상은 변형형상 자체만 의미가 있고, 변형(변위)의 크기 중요하지 않음
- 애니메이션으로 한 주기 동안의 전체 진동거동을 검토하는 것이 좋음
- 주기적으로 진동하는 동적 형상이므로, 정지된 변형형상의 방향은 의미 없음

모드해석 따라하기

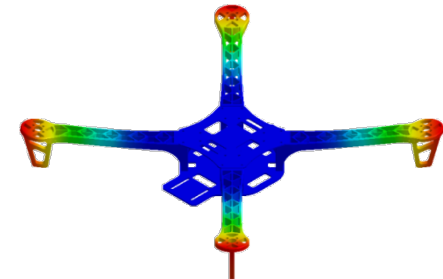
Drone - STEP 00



[1차 모드]



[2차 모드]



[3차 모드]

[예제 목적]

본 예제에서는 모드해석에서 사용할 수 있는 기능과 프로세스를 확인하고자 합니다.

Drone - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [모드해석] 클릭
- ③ [확인] 클릭

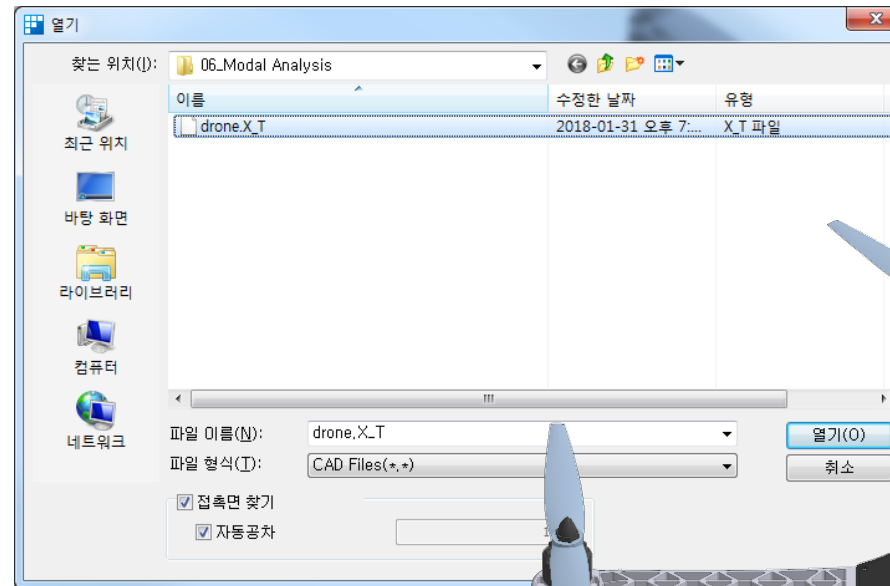
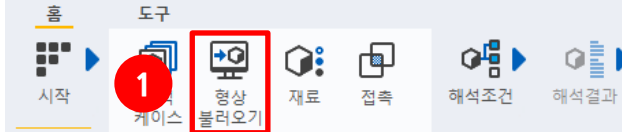


[모드해석]

모드해석은 구조물이 갖고 있는 고유진동수와 각 고유진동수에서의 변형 형상(모드형상, mode shape)을 파악하여 구조물의 공진여부와 진동에 의한 변형형상을 예측하는 해석방법입니다.

Drone - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [Drone.X_T] 클릭
- ③ [확인] 클릭



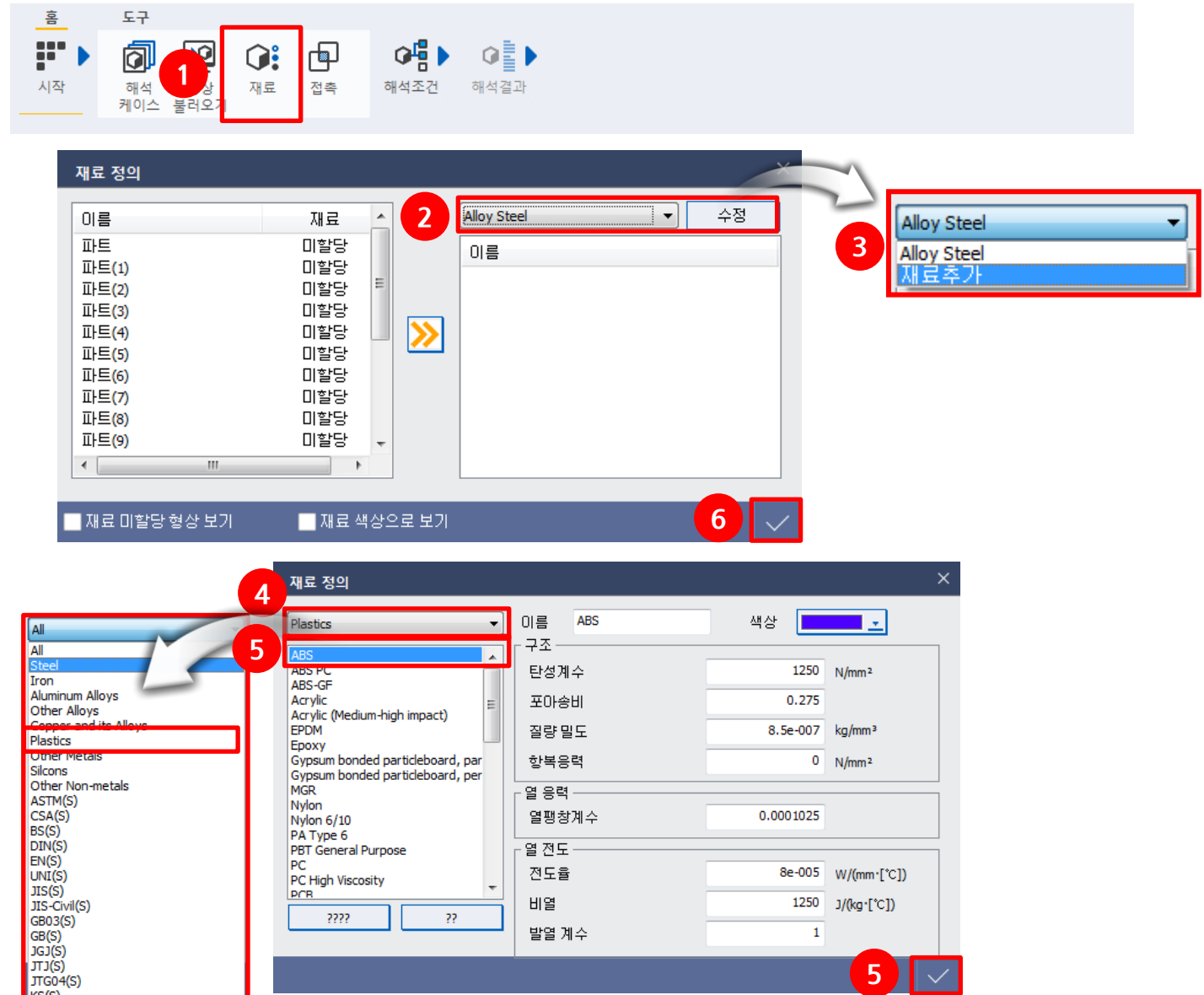
[CAD Interface]

MeshFree에서 지원하는 CAD Interface는 다음과 같습니다.

Parasolid Files	ACIS Files	STEP Files	IGES Files	Pro-E Files
SolidWorks Files	Unigraphics Files	Inventor Files	Solid Edge Files	CATIA Files

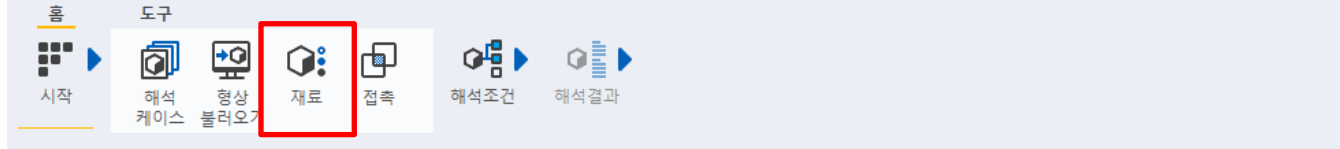
Drone - STEP 03

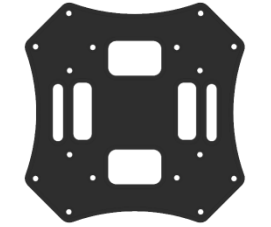
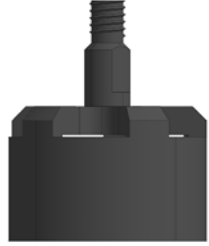
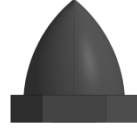


- ① [재료] 클릭
- ② [재료목록] 클릭
- ③ [재료추가] 클릭
- ④ [Plastics] 카테고리 선택
- ⑤ [ABS] 선택 후 [확인] 클릭
- ⑥ [확인] 클릭



Drone - STEP 04

- ① 형상 선택 후 우클릭을 통해 재료 지정



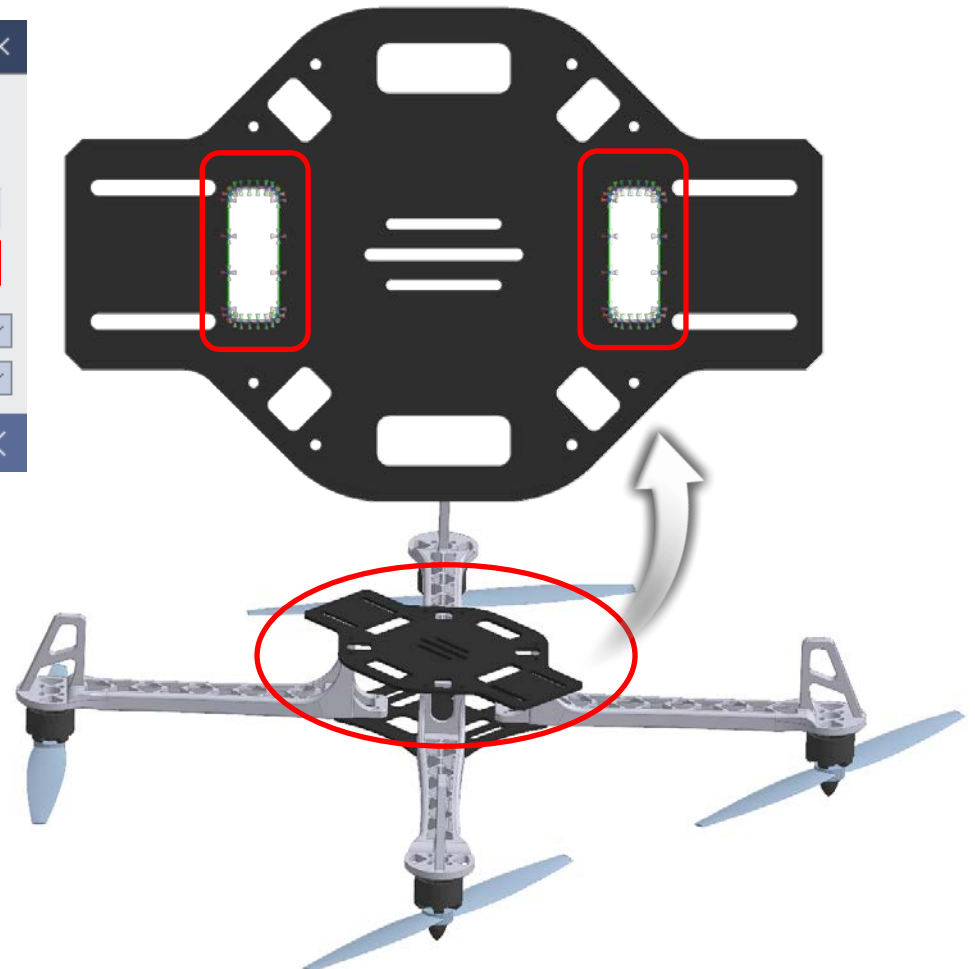
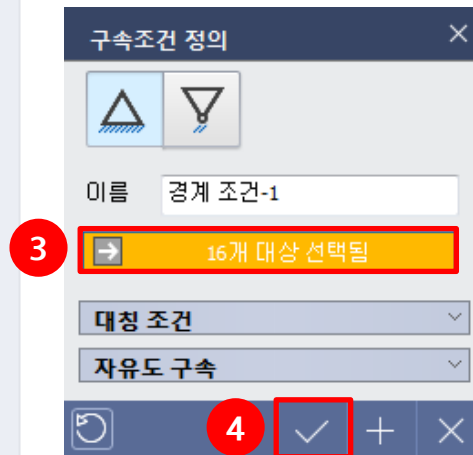
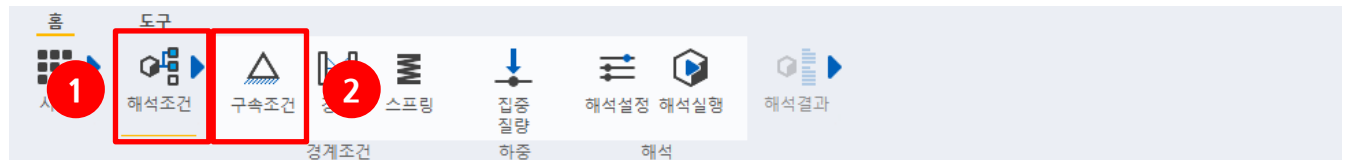
				
몸체 * 2	모터 * 4	모터 헤드 * 4	프레임 * 4	프로펠러 * 4
Alloy Steel			ABS	

[지정된 재료 확인]

재료가 정의되면 좌측 [모델 창] → [파트]에 할당된 재료가 나타납니다.

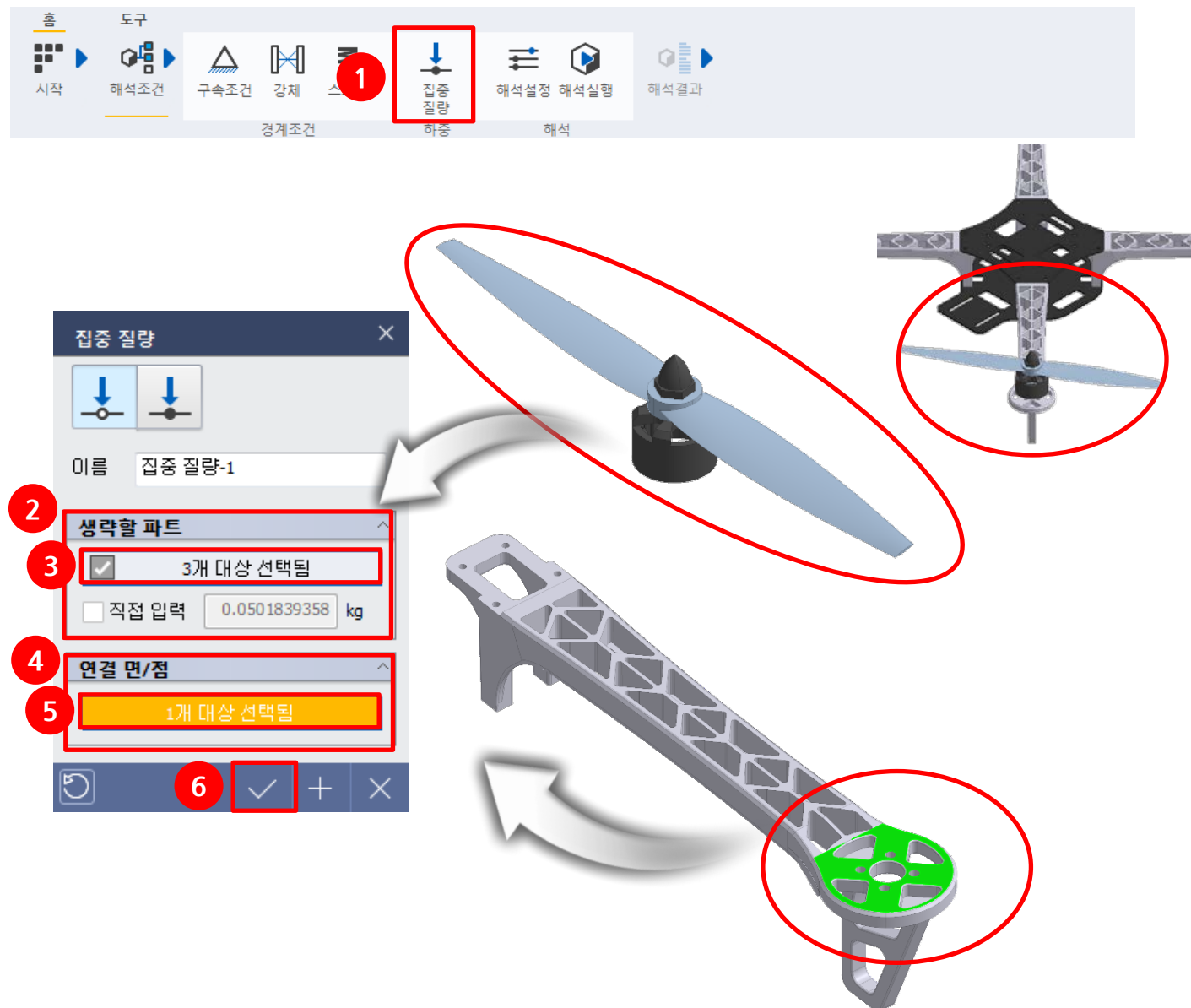
Drone - STEP 05

- ① [해석조건] 클릭
- ② [구속조건] 클릭
- ③ 그림을 참고하여 16개 면 선택
- ④ [확인] 클릭



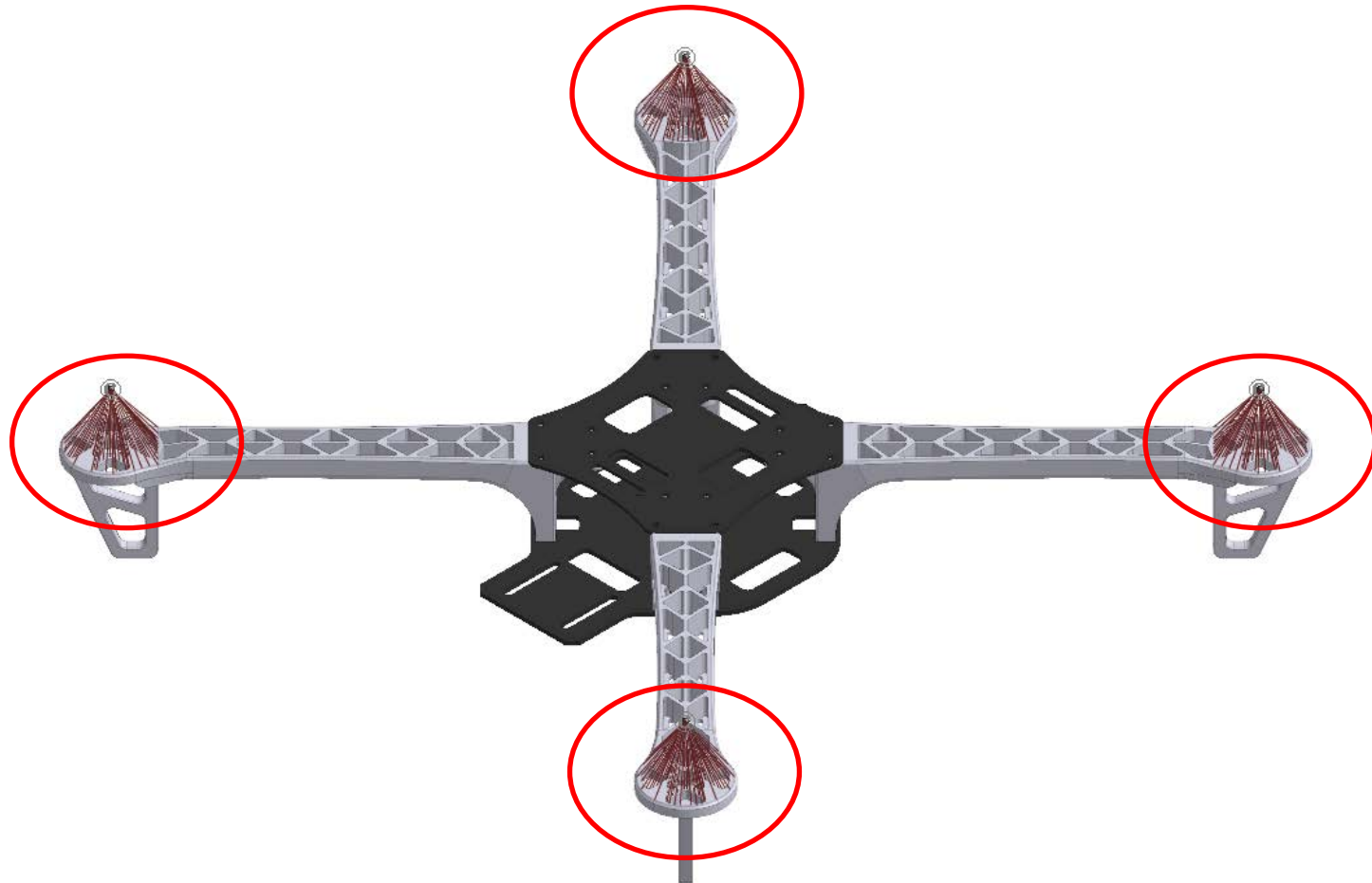
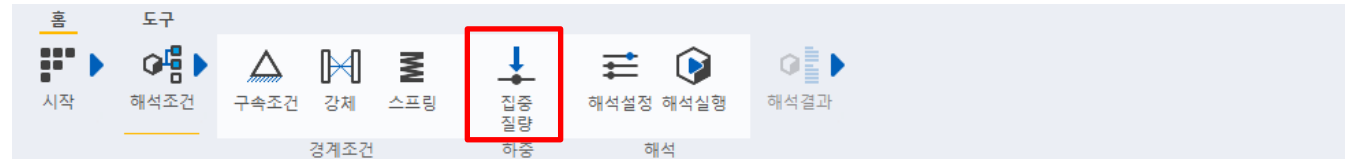
Drone - STEP 06

- ① [집중질량] 클릭
- ② [생략할 파트] → [대상선택] 클릭
- ③ 그림을 참고하여 3개 선택
- ④ [연결 면/점] → [대상선택] 클릭
- ⑤ 그림을 참고하여 1개 면 선택
- ⑥ [확인] 클릭



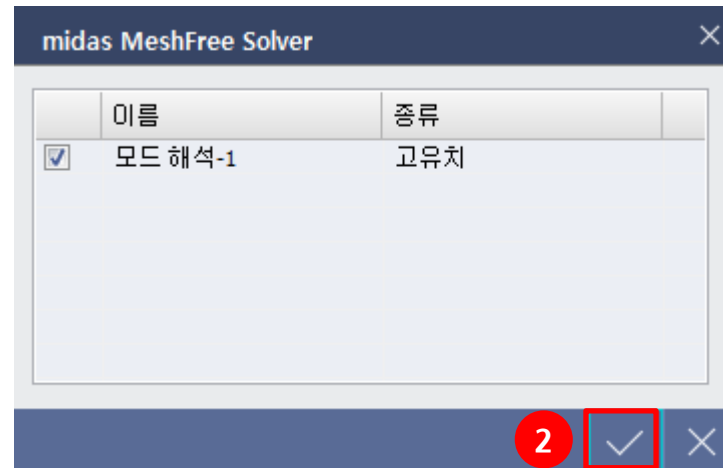
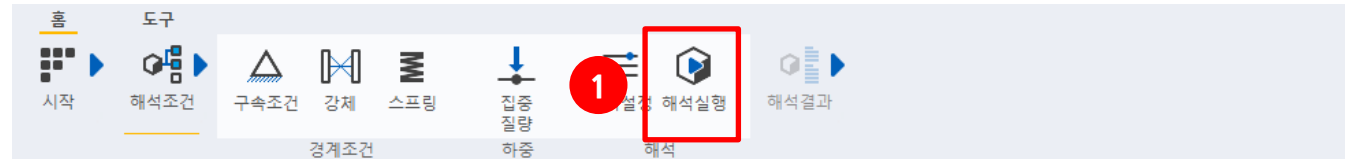
Drone - STEP 07

- ① 그림을 참고하여 해당하는 3개 부분 집중질량 적용



Drone - STEP 08

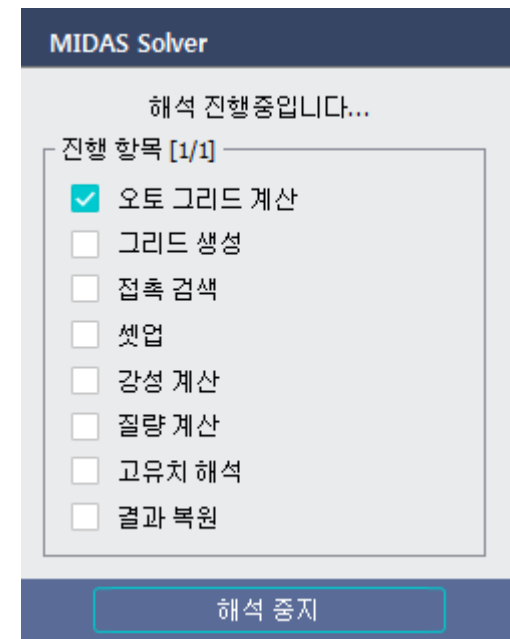
① [해석실행] 클릭



[배치 해석]

[배치 해석]

형상이 동일하고 해석 조건이 다른 여러 해석을 한번에 수행하고자 할 때 유용한 기능입니다.



[프로그래스 바]

[프로그래스 바]

프로그래스 바는 현재 진행중인 해석 과정을 보여줍니다. 이때 [해석 중지]를 누르게 되면 진행하던 해석이 중지됩니다.

Drone - STEP 09

① [모드 형상] 확인

해석결과

모드 테이블

주파수 응답 결과

주파수 응답 평가

포인트 값

결과값 곡선

결과파일 열기

스케일(x1)

그리드 비표시

지수

소수점이하 자리수 5

☒ 컨투어 연속
 ☐ 최대최소

☒ 특징선 보기
 ☒ 애니메이션


☒ 레전드

결과 값

변형

값

보기

해석조건
 스텝 
 결과

스텝

결과

이름

MODE 1 (FREQ=1.7384e+001)

MODE 2 (FREQ=1.7555e+001)

MODE 3 (FREQ=1.7727e+001)

MODE 4 (FREQ=1.7813e+001)

MODE 5 (FREQ=2.8627e+001)

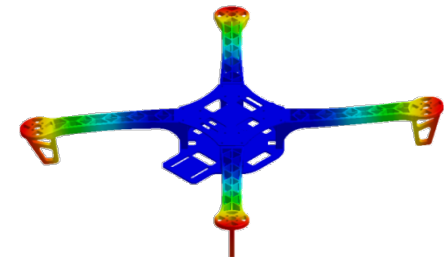
MODE 6 (FREQ=3.0296e+001)

MODE 7 (FREQ=3.0405e+001)

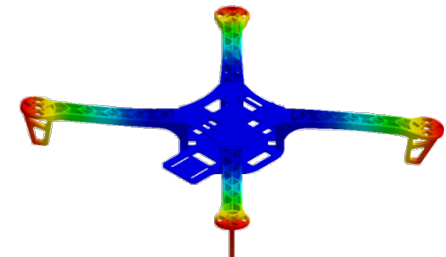
MODE 8 (FREQ=3.0590e+001)

MODE 9 (FREQ=1.0046e+002)

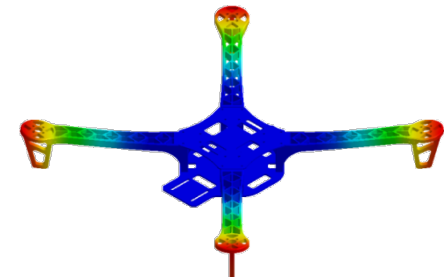
MODE 10 (FREQ=1.0778e+002)



[1차 모드]



[2차 모드]



[3차 모드]

Drone - STEP 10

① [모드 테이블] 클릭

해 1 모드 테이블 주파수 응답 결과 주파수 응답 평가 포인트 값 결과값 곡선 결과파일 열기

스케일(x1) 그리드 비표시

지수 소수점 이하 자리수 5

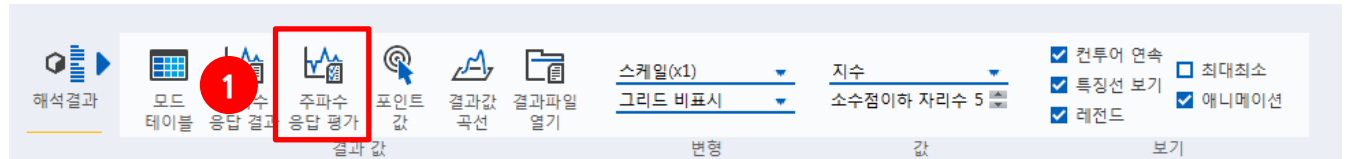
☒ 컨투어 연속 ☐ 최대최소
☒ 특징선 보기 ☒ 애니메이션
☒ 레전드

변형 값 보기

고유치 해석 분석									
모드수	고유치	라디안	사이클수	주기	일반 질량	일반 강성	직교성 손실	오차	
1	1.1931e+004	1.0923e+002	1.7384e+001	5.7523e-002	1.0000e+000	1.1931e+004	0.0000e+000	4.5063e-006	
2	1.2167e+004	1.1030e+002	1.7555e+001	5.6962e-002	1.0000e+000	1.2167e+004	0.0000e+000	3.0750e-006	
3	1.2406e+004	1.1138e+002	1.7727e+001	5.6411e-002	1.0000e+000	1.2406e+004	0.0000e+000	3.0905e-006	
4	1.2526e+004	1.1192e+002	1.7813e+001	5.6139e-002	1.0000e+000	1.2526e+004	0.0000e+000	4.6318e-006	
5	3.2353e+004	1.7987e+002	2.8627e+001	3.4932e-002	1.0000e+000	3.2353e+004	0.0000e+000	1.1909e-006	
6	3.6235e+004	1.9036e+002	3.0296e+001	3.3008e-002	1.0000e+000	3.6235e+004	0.0000e+000	5.9297e-007	
7	3.6497e+004	1.9104e+002	3.0405e+001	3.2889e-002	1.0000e+000	3.6497e+004	0.0000e+000	8.6492e-007	
8	3.6943e+004	1.9221e+002	3.0590e+001	3.2690e-002	1.0000e+000	3.6943e+004	0.0000e+000	7.3332e-007	
9	3.9840e+005	6.3119e+002	1.0046e+002	9.9545e-003	1.0000e+000	3.9840e+005	0.0000e+000	2.3345e-006	
10	4.5858e+005	6.7719e+002	1.0778e+002	9.2784e-003	1.0000e+000	4.5858e+005	0.0000e+000	5.8991e-006	
모드 유효 질량									
모드수	T1	T2	T3	R1	R2	R3			
1	9.1299e-012	9.0743e-006	6.2388e-011	6.2690e+000	1.1677e-005	9.0968e-009			
2	8.0002e-006	1.1104e-011	1.1220e-009	1.1553e-005	6.2438e+000	2.6098e-007			
3	3.4981e-011	0.0000e+000	2.3351e-004	1.5590e-006	2.9653e-005	1.4266e-007			
4	1.4471e-011	8.2934e-012	1.9133e-009	4.2593e-006	4.2613e-006	1.5058e-004			
5	8.6620e-012	3.5570e-012	3.3361e-012	1.3823e-008	1.6915e-007	1.1443e+001			
6	3.0440e-010	1.1251e-004	1.6132e-012	6.5283e-002	4.9931e-007	2.0153e-007			
7	1.1160e-004	3.0816e-010	0.0000e+000	4.4397e-007	7.8041e-002	2.3801e-007			
8	1.1302e-010	2.6928e-011	7.2857e-012	1.5326e-007	1.1935e-007	9.7652e-008			
9	0.0000e+000	0.0000e+000	0.0000e+000	4.4821e-010	3.5093e-009	1.3051e+000			
10	2.1637e-011	2.2616e-005	1.1772e-012	6.3283e-003	6.2827e-008	3.3209e-010			
총합	1.1961e-004	1.4420e-004	2.3352e-004	6.3406e+000	6.3219e+000	1.2748e+001			

Drone - STEP 11

① [주파수 응답 평가] 클릭



주파수 응답 평가

결과:

하중점 (좌표):

하중점 (방향):

응답점 (좌표):

응답점 (방향):

모달 감쇠

감쇠비:

등가 점성:

비례 감쇠

질량비례감쇠계수: 1/sec

강성비례감쇠계수: sec

주파수 리스트

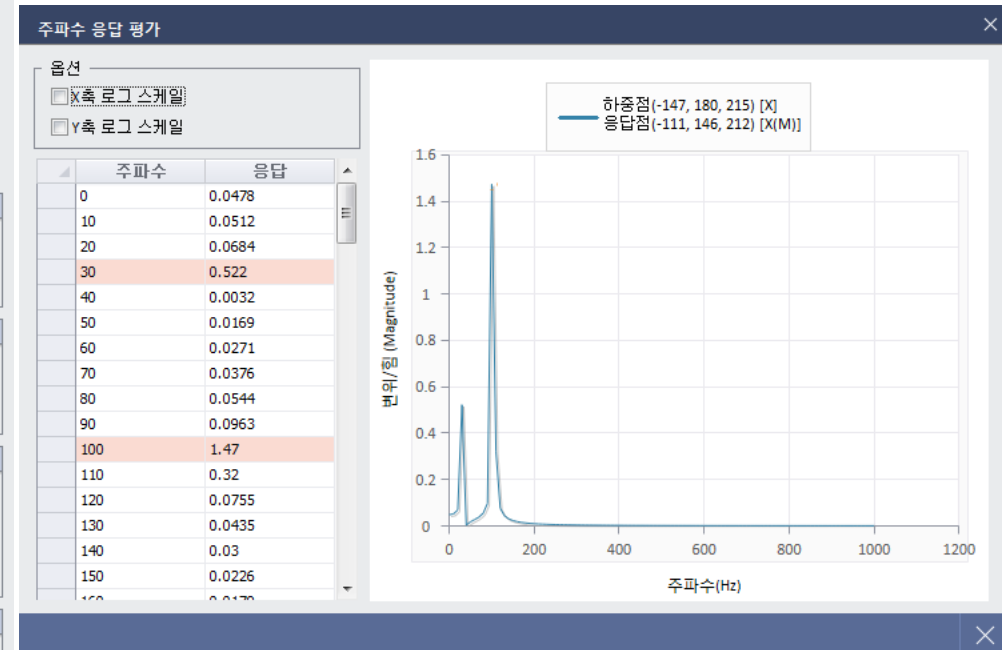
최초 주파수: cycle/sec

최종 주파수: cycle/sec

증분 개수:

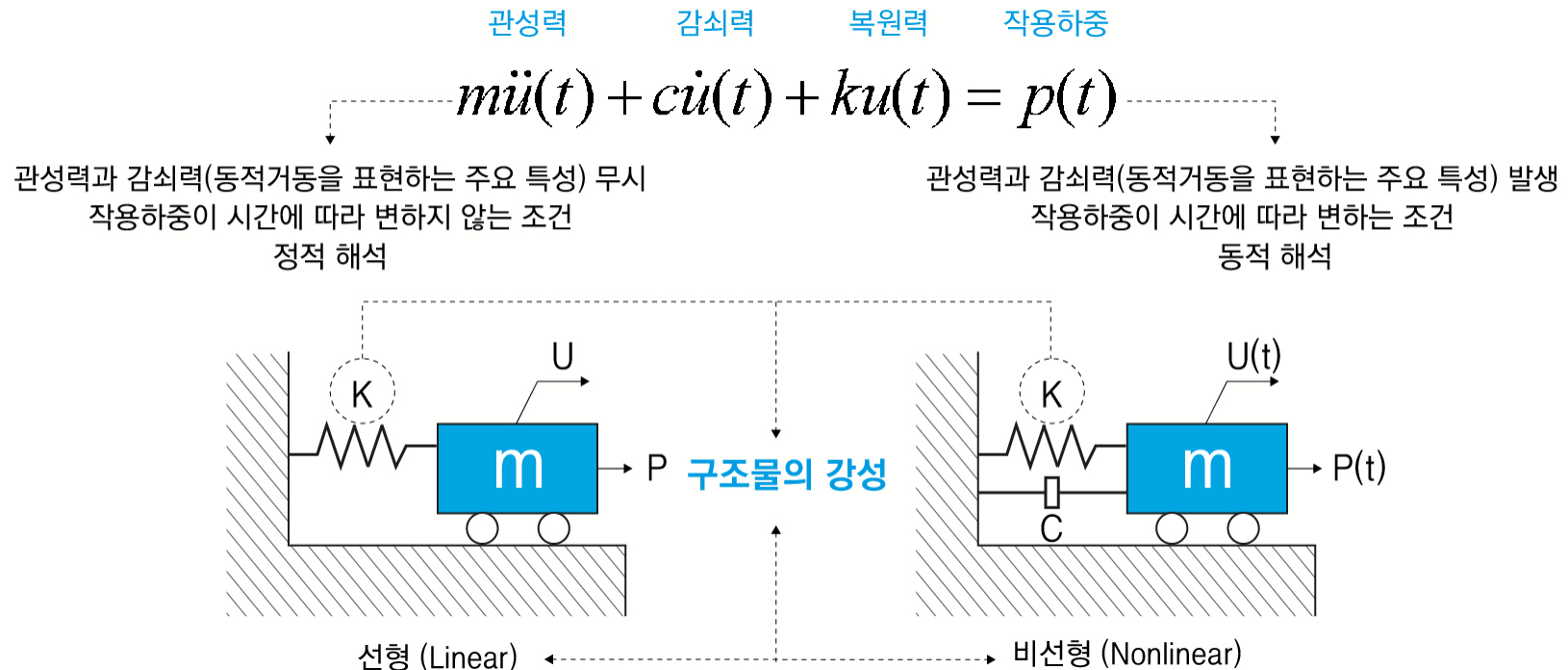
결과 출력 옵션

☒ 실수부/허수부 ☐ 크기/위상각



동해석

모든 설계 구조물의 성능 검증을 위해 시뮬레이션을 실행하기 전에 사용자는 반드시 성능 검증을 위한 해석 타입을 선정할 수 있어야 합니다. 모든 해석의 출발점은 사용자가 검토하고자 하는 목적에 부합하는 해석 타입을 선정하는 것 부터 시작됩니다. 아래에 나타낸 식과 같이 지구상에 모든 구조물은 일반적으로 동적인 하중을 받습니다. 작용 하중은 언제나 시간에 따라 작용하게 됩니다. 하지만, 중력 또는 점진적으로 서서히 증가하는 하중의 경우에는 관성력 및 감쇠력 등의 영향이 무시할 수 있을 만큼 작게 작용합니다. 이러한 하중이 작용하는 경우에는 우리는 관성력, 감쇠력 등을 고려하지 않으며, 시간에 대한 영향도 고려하지 않습니다. 이러한 경우의 해석을 정적해석으로 정의하며, 이와 반대되는 해석을 동적해석으로 정의합니다. 이와 더불어 다양한 하중 작용시 구조물의 변형을 검토하여 선형적인 거동 또는 비선형적인 거동을 구분하여 선형해석과 비선형 해석으로 구분할 수 있습니다. 해석 수행 전에 반드시 작용하중이 시간에 따라 작용하는 하중인지에 대한 유무를 검토하여야 하며, 또한 하중 작용 시 설계 제품의 변형이 선형적인지 아니면 비선형적인지를 판단하여 필요한 해석 타입을 선정하여야 합니다.



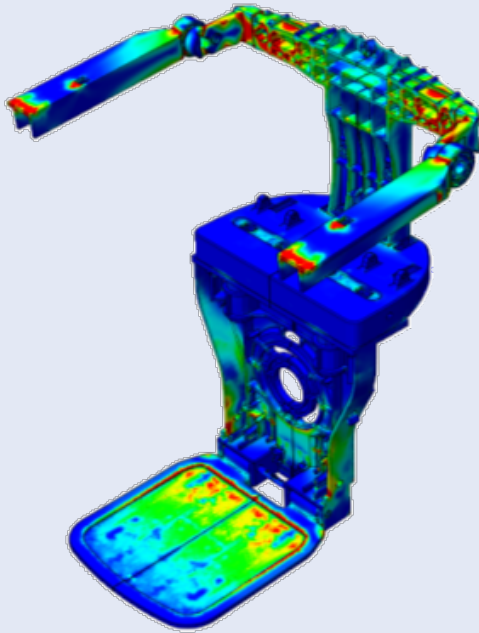
구조해석 타입의 분류

동해석 (Dynamic)	$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 전체 항을 포함 (관성력과 감쇠력 모두 고려) ▪ 시간에 따라 변하는 하중 조건 	
		과도응답 (Transient-Response)	시간 영역에서 해석 → 하중/결과: 시간 함수
		주파수응답 (Frequency-Response)	주파수 영역에서 해석 → 하중/결과: 주파수 함수
정적해석 (Static)	$kx = f$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 관성력, 감쇠력 무시 ▪ 시간에 대해 변하지 않는 하중 조건 	
준정적해석 (Quasi-Static)	$kx = f(t)$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 관성력, 감쇠력 무시 (→ 좌변: 정적해석 조건) ▪ 시간에 따라 변하는 하중 조건 (→ 우변: 동해석 조건) 	
모드해석 (Modal)	$m\ddot{x} + kx = 0$	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 감쇠력과 외력 무시 (※ 관성력과 복원력만 고려) ▪ Undamped Free Vibration (비감쇠 자유진동) 	

※ 정적해석에서는 동적 효과를 유발하지 않도록 하중이 천천히 가해지는(증가) 것으로 가정

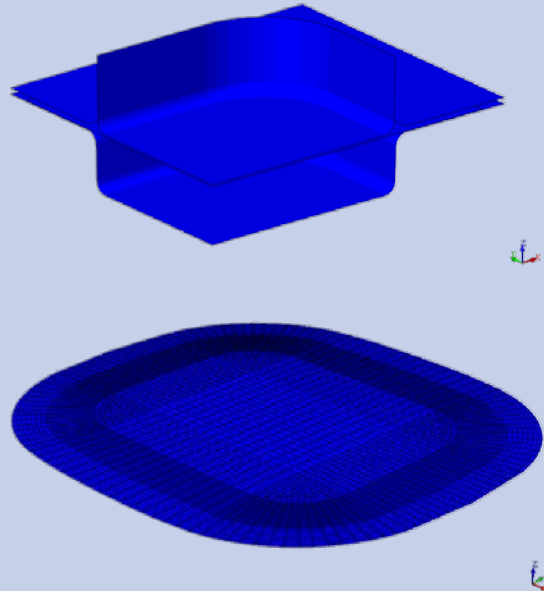
※ 작용하중의 진동수가 구조물의 가장 낮은 고유진동수의 1/4 이하이면 정적하중으로 간주

STATIC



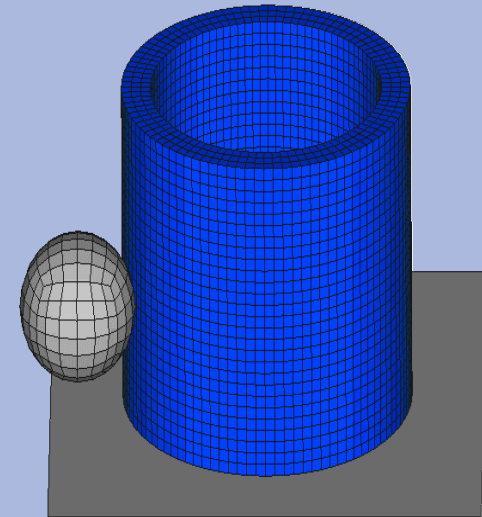
Structural problems

QUASI STATIC



Metal forming

DYNAMIC



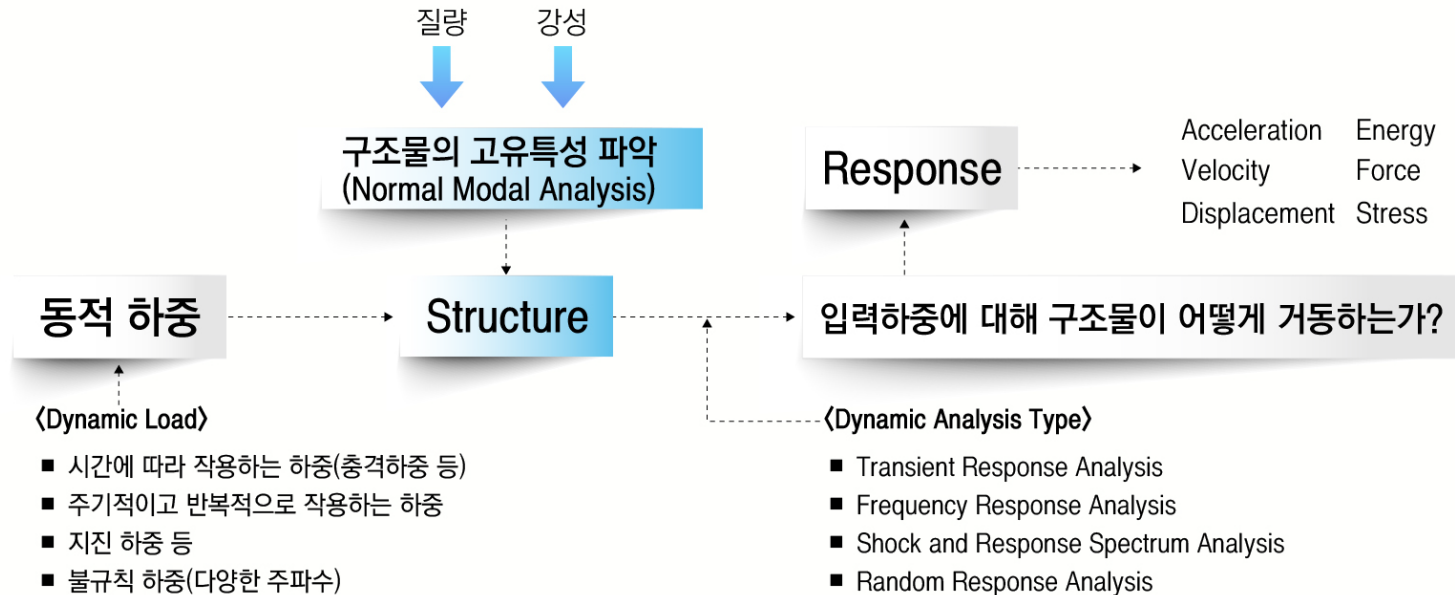
Impact problems

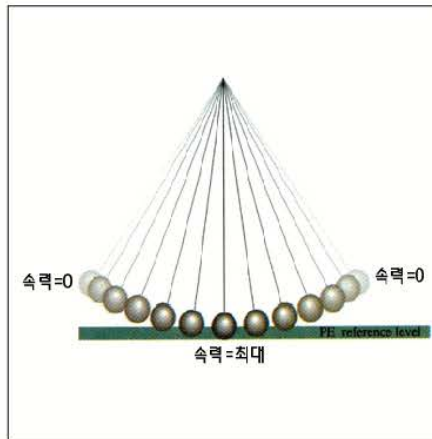
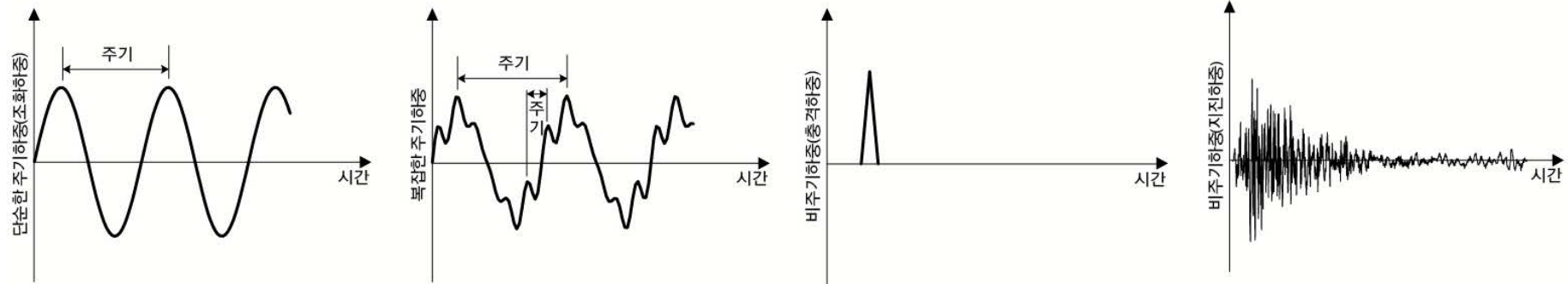
← || IMPLICIT METHOD || →

← || EXPLICIT METHOD || →

동해석은 시간에 따라 변화하는 하중에 대하여 구조물의 응답을 계산하는 해석입니다. 정적 해석의 경우에는 주요하게 검토하는 항목이 변형과 응력이었다면, 동적 해석에서는 중요하게 검토해야 하는 사항은 진동 특성입니다. 주요한 진동 특성으로는 고유진동수, 공진 발생 여부, 특정 영역에서의 가진 시 변위, 속도, 가속도 성분이 될 수 있습니다. 물론 기본적으로 응력에 대한 안전성 또한 확보되어야 합니다. 동적 해석은 입력되는 동적 하중에 따라 다양한 해석 타입으로 분류가 됩니다. 그러므로 사용자는 입력되는 동적 하중의 특성을 분석하여 해석 타입을 선정하여야 합니다. 동적 하중은 크게 두 가지로 분류할 수 있습니다. 그 중 하나는 시간에 따라 작용하는 하중이 있으며, 이러한 하중은 일반적으로 비주기적인 하중으로 작용합니다. 다른 하나는 주기적이고 반복적으로 작용하는 하중으로 엔진의 진동, 모터의 진동과 같이 주기적인 하중으로 작용하는 하중입니다. 시간에 따라 작용하는 하중은 대부분 설계 제품에 최악 조건으로 하중을 작용하는 경우에 빈번하게 사용되는 하중입니다.(충격하중, 낙하하중과 같이 설계 제품의 최악 조건 구현) 반면에 주기적인 하중은 일반적으로 제품이 운영되는 가진 영역 안에서 안전성을 확보해야 하는 하중입니다. 하중 특성을 제대로 이해하고 있어야 필요한 동해석 타입을 선정할 수 있습니다.

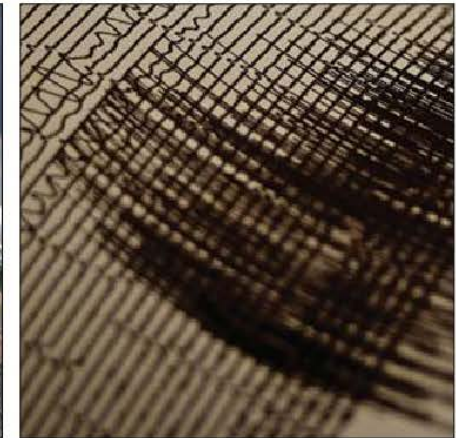
시간에 따라 변화하는 하중(동적하중)이 작용하는 구조물에 대해 관성력(Mass effect)과 댐핑(Damping)을 고려하여 구조물의 동적응답을 분석





주기적 하중

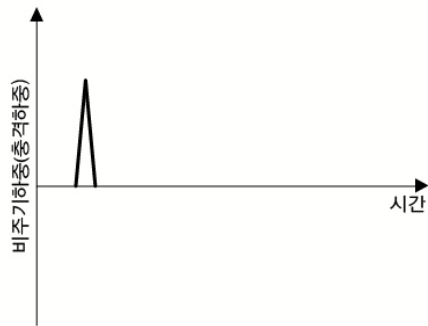
주기하중은 sine 또는 cosine 형태의 조화하중으로 표현되어 입력됩니다. 주요 변수는 가진 주파수로 가진 주파수 변화에 따라 구조물의 응답을 표현하여 설계 제품의 동특성을 분석하는 해석의 하중으로 주로 적용됩니다. 엔진의 회전수 변화, 모터의 회전수 변화 등이 모두 주기 하중으로 표현됩니다. 복잡한 파형은 푸리에 변환을 통해 조화하중의 형태의 조합으로 표현할 수 있습니다.



비주기적 하중

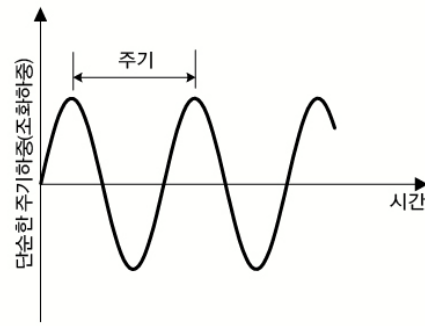
비주기적인 하중은 시간에 따른 하중 변화로 주로 표현됩니다. 충격하중과 같이 단순한 하중 프로파일을 생성하여 해석을 진행할 수 있으며, 지진하중이나 자동차 주행 시 노면으로 부터 발생하는 불규칙한 하중에 대해서도 시간에 따른 하중으로 정의가 된다면 해석을 할 수 있습니다. (보다 효율적인 방법은 응답스펙트럼 및 랜던 진동해석을 수행하는 것입니다.) 극한의 하중 상태를 모사하는 하중으로 적용됩니다.

Dynamic analysis type and method



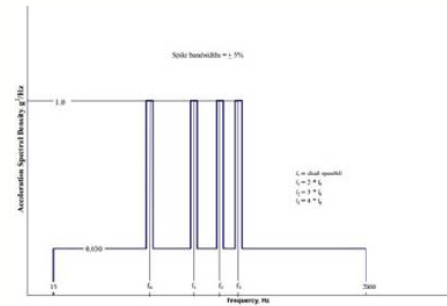
과도응답해석

- 충격 해석
- 비선형성을 고려한 동해석
- 시간에 따른 하중 및 경계조건 입력
- 시간에 따른 응답 확인



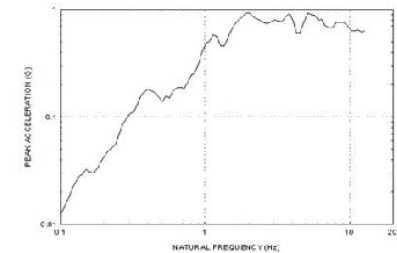
주파수응답해석

- 조화하중 가진시 주파수에 따른 응답 특성 분석
- 주파수별 정상상태 응답
- Sine curve 형태의 조화 하중 입력
- 주파수별 조화응답 확인



랜덤진동해석

- 확률과 통계이론을 이용하여 어떤 범위 내에 있을 진동을 예측
- 가진 방향으로 다양한 주파수 영역에 대한 확률론적 스펙트럼 크기 입력
- 확률로 지정된 범위 내에서 응답 확인



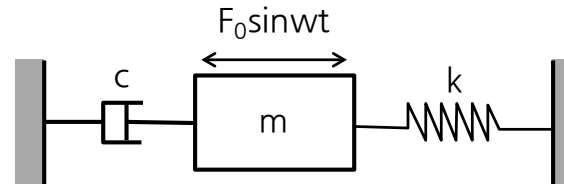
응답스펙트럼해석

- 지진하중에 대한 내진해석
- 가진 방향으로 다양한 주파수 영역의 스펙트럼 응답 크기를 입력
- 모드별 응답을 조합하여 산정된 최대 응답 확인

과도 응답해석

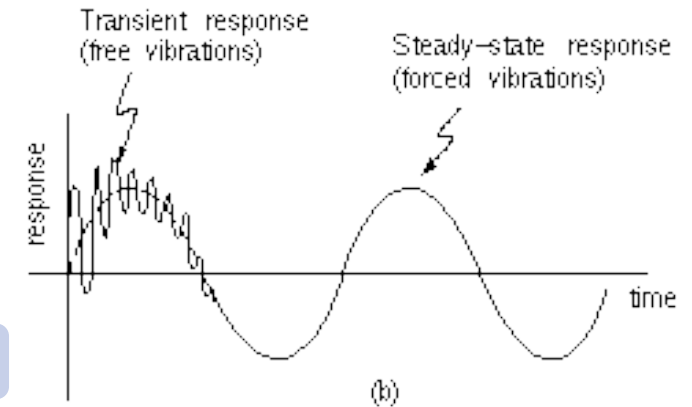
구조물에 지진파와 같은 외란이 순간적으로 가해지면 구조물은 심하게 흔들리다가 시간과 더불어 안정상태로 되돌아 갑니다. 또한 물체를 갑자기 가열 혹은 냉각시키면 물체의 온도는 초기에 시간과 더불어 급상승하거나 급하강합니다. 이와 같이 물체가 외부로부터 갑작스런 자극을 받으면 물체는 초기에 매우 요동이 심한 불안정한 응답을 나타낸다. 이러한 시간에 따른 물체의 초기 응답을 특별히 과도응답이라고 부릅니다. 과도응답 이후에는 시간에 따라 변동이 거의 없는 정상상태 응답에 도달하게 됩니다. 이러한 측면에서 과도응답을 비정상상태 응답이라고도 부릅니다.

이러한 불안정한 과도응답은 갑작스런 외란을 받은 물체가 물체 내부의 관성력과 복원력이 일시적으로 평형을 이루지 못하여 발생한 결과입니다. 과도응답의 심각성은 외란의 크기와 물체에 가해지는 시간, 물체 고유의 재료 물성치에 좌우됩니다. 예를 들어 물체를 갑작스럽게 가열 혹은 냉각시킬 경우, 물체의 열전도율이 높고 비열이 낮을수록 과도응답의 심각성은 낮아집니다. 반면에 물체에 가해지는 외란의 크기가 크고 가해지는 시간이 짧을수록 과도응답의 심각성은 높아집니다.

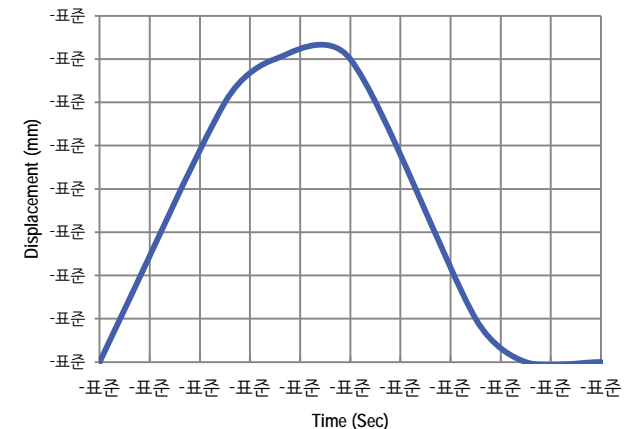
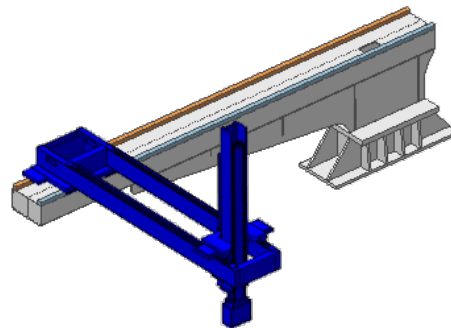


$$m\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t$$

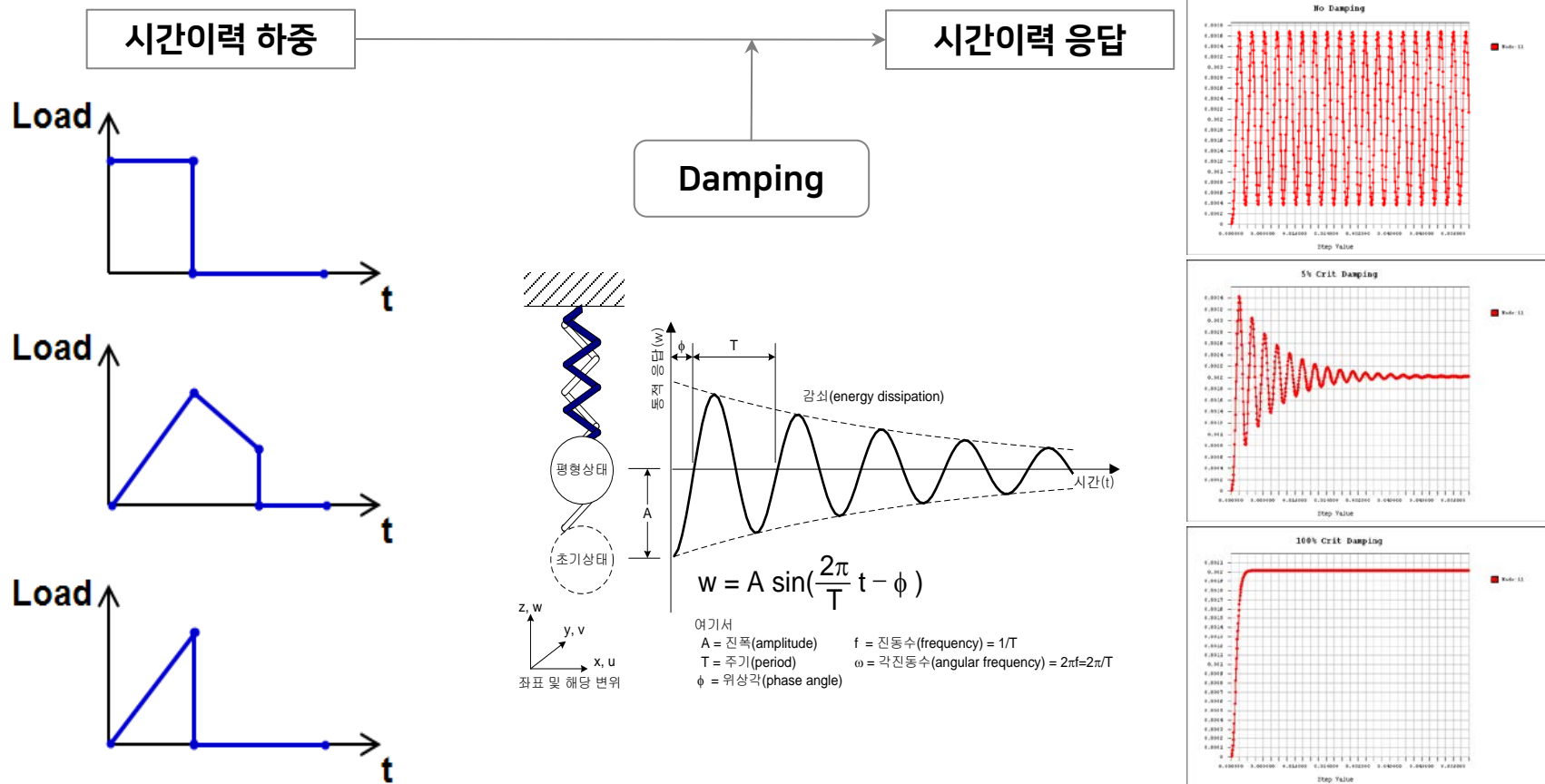
$$x = \underbrace{Ce^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \psi)}_{\text{[과도상태]}} + \underbrace{\frac{F_0}{k} A \sin(\omega t - \phi)}_{\text{[정상상태]}}$$



- 시간에 따라 작용하는 하중인 동적 하중에 대하여 구조물의 거동을 파악하는 것이 주 목적임
- 과도응답해석을 통한 구조물의 주요 응답(Response)은 절점의 변위, 속도, 가속도와 요소의 응력, 부재력, 에너지를 산정함
- 과도 응답 해석의 예) 노트북, 자동차 문짝, 핸드폰, 야구배트, 골프채 등의 시간에 따른 움직임



과도 응답해석은 시간영역에서 수행되는 해석으로, 구조물에 동적 하중이 작용하는 경우에 동적 평형방정식의 해를 구합니다. 과도응답해석을 위해 요구되는 하중, 경계 조건은 정적 해석과 유사하지만, 하중이 시간의 함수로 정의된다는 점이 다릅니다. 과도 응답해석의 하중으로는 시간에 따라 변하는 힘, 변위, 속도, 가속도를 사용할 수 있습니다. 시간에 따라 작용하는 하중은 사용자가 시간 이력을 정의하실 수도 있으며, 다양한 spec에 정의된 값을 입력할 수 있습니다. 과도 응답해석은 주로 설계 대상 구조물에 작용하는 극한의 하중에 대해 안전성 유무를 검토하는 해석에 주로 사용됩니다. 과도 응답해석에서는 시간 이력 하중, 그리고 진동을 저감시키는 댐핑을 합리적으로 입력하여야 합니다. 또한 해석 결과를 출력을 위해 적합한 타입 스텝을 선정하여야 합니다.



과도 응답해석 주요 사항

과도 응답해석에서 정확성을 확보하기 위한 몇 가지의 주요 사항이 있습니다. 이 주요 사항은 포함할 모드 수(모달해석의 경우), 적분 시간 간격(Δt), 계산에 포함할 시간, 감쇠 등입니다. 이들 주요 사항들은 근사적이긴 하지만 절대적으로 유용합니다. 먼저 고유치 해석을 수행하여 보는 것은 정확한 과도 응답해석을 수행하는데 도움이 됩니다.

포함할 모드 수

과도 응답해석에 있어서 많은 수의 모드를 사용하면 할 수록 보다 정확한 결과를 얻을 수 있습니다. 모드 수는 관심 영역의 주파수를 포함하도록 충분하게 사용합니다. 특히 포함할 모드의 수는 질량 참여율을 검토하여 90%이상을 확보할 수 있도록 모드 차수를 정의해야 합니다. 모드 차수의 정의는 모드중첩법을 이용하는 경우에 반드시 정의되어야 합니다.

적분 시간 간격 크기

Δt 는 최대 응답을 얻을 수 있도록 충분히 작아야 합니다. 이것은 사용된 최대의 주파수의 Cycle당 적어도 10 Step이 사용되어야 한다는 것을 의미합니다. 예를 들면, 관심 있는 최대 주파수가 100 Hz라면, Δt 는 적어도 0.001이나 그 이하의 값을 사용하는 것을 권장합니다.

Δt 는 가한 하중의 주파수 성분을 정확하게 표현할 수 있도록 작아야 합니다. 만약 적용하중이 1000 Hz의 주파수 성분을 갖고 있다면, Δt 는 적어도 0.001이나 그보다 작은 값을 사용해야 합니다.

계산에 포함할 해석 시간

계산을 수행할 시간을 결정하는 것은 매우 중요합니다. 구조물의 가장 저차 모드의 한 주기 이상을 계산 시간에 포함해야 합니다. 예를 들면, 최저차 모드의 진동수가 0.2 Hz라면, 계산에 포함할 시간은 적어도 5 초 까지는 포함되어야 합니다.

- 가장 작은 진동수의 주기의 2 배
- 하중을 제거하고 난 후의 시점에다 추가적으로 가장 작은 진동의 주기의 1 배

감쇠값

아주 짧은 시간에 가해지는 Impulse(충격력)나 Shock Blast(충격파)같은 하중에 대해서는 감쇠가 상대적으로 중요하지 않습니다. 감쇠가 중요한 경우는 지진과 같이 장시간 동안 가해지는 하중의 경우와 계에 계속적으로 에너지가 공급이 되는 정현파 형태의 반복적인 하중에 대한 경우입니다.

구조물에 동적 하중이 작용하는 경우 동적 평형방정식의 해를 구하는 것

운동 방정식의 해를 구하는 방법으로 임의 시간에 대한 구조물 거동을 계산 할 수 있음

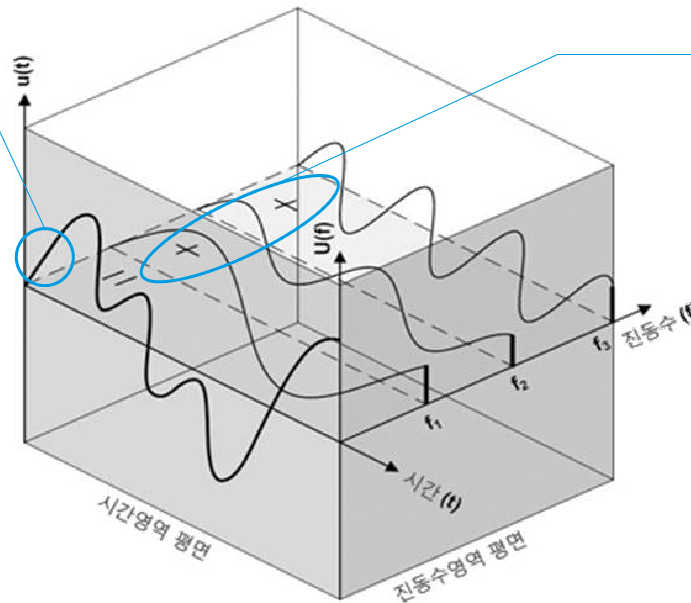
시간에 따른 거동 표현



“직접 적분법”

(Direct integration method)

- 운동방정식을 직접 적분하여 해를 구하는 방식



시간에 따른 거동을 이루는 각각의 진동수로 표현

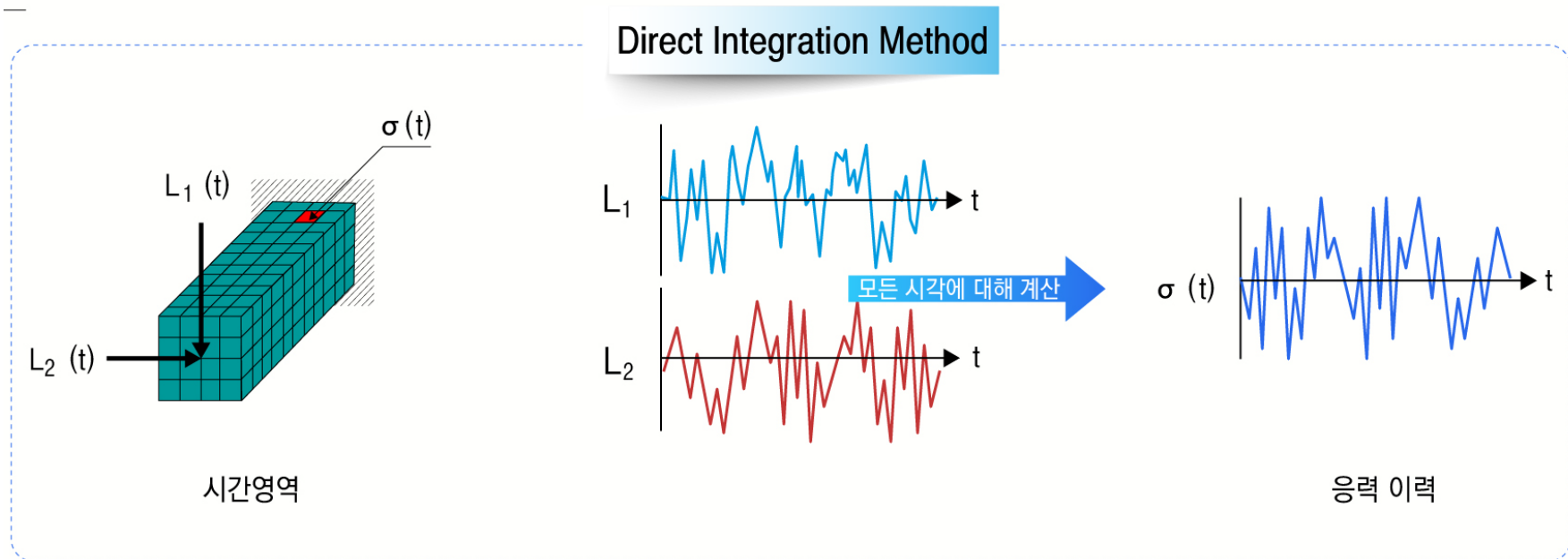


“모드중첩법”

(Modal superposition method)

- N개의 자유진동모드행렬 분할
- 각 모드에서 단자유도계 운동 방정식 산정
- 단자유도계 해를 구한 후, 이를 조합

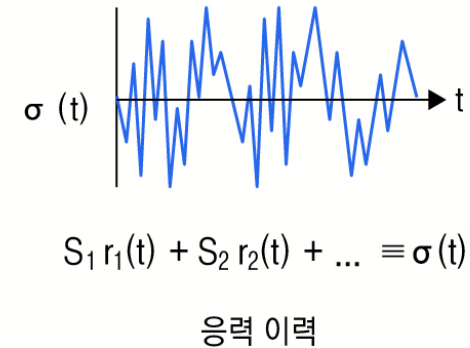
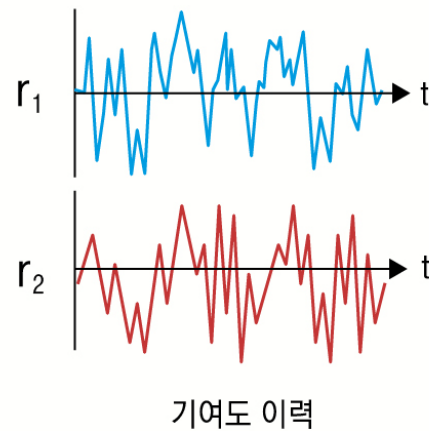
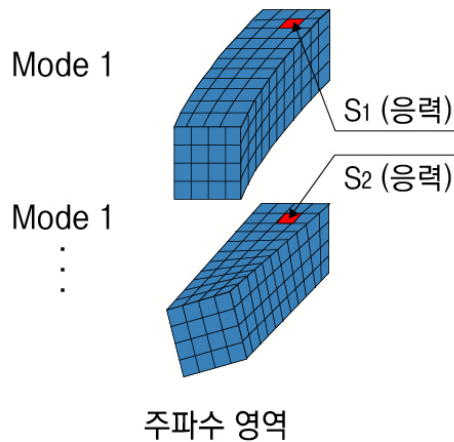
Direct integration Method



- 운동방정식을 직접 적분
- 시간스텝 산정이 중요
- 정확도는 높은 편임
- 해석 시간 소모가 많은 편
- 소규모 모델에 적합
- 선형 및 비선형 해석 가능

Modal superposition method

Modal Superposition Method



$$S_1 r_1(t) + S_2 r_2(t) + \dots \equiv \sigma(t)$$

1단계 : 모드에 대한 응력 해석

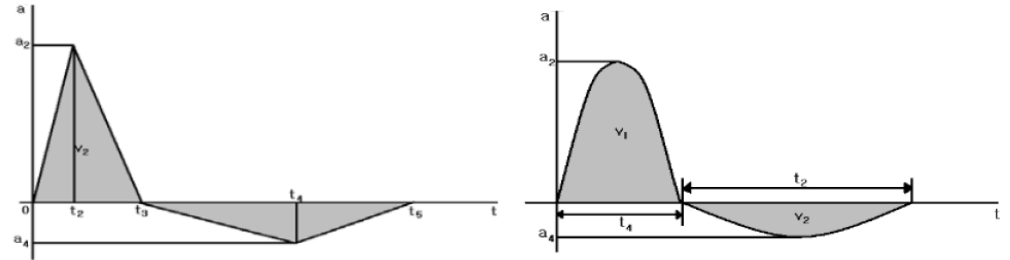
2단계 : 모드에 대한 기여도

3단계 : 응력 이력 조합

- 모드 형상을 조합
- 모드 수 선정이 중요
- 모드 수 산정에 따라 신뢰도 차이 발생 가능
- 직접적분법에 비해 해석 시간이 짧음
- 대규모 모델에 적합
- 선형 해석만 가능

과도 응답해석 하중 정의

오른쪽 그림은 MIL-SPEC에서 정의하고 있는 충격 가속도의 전형적인 예입니다. 과도 응답 하중은 오른쪽 그림과 같이 시간 축을 기준으로 힘, 또는 변위, 속도, 가속도 프로파일을 입력할 수 있습니다. 그러므로 사용자는 대상 설계 구조물에 작용하는 하중에 대한 프로파일을 사전에 정의할 필요가 있으며, 필요하다면 관련 규격을 활용하여 정의할 수 있습니다. 시간에 따른 하중은 하중 입력 창의 사용자 정의 함수를 이용하여 생성할 수 있습니다.



하중 크기를 입력 합니다.

시간에 따른 하중 그래프를 생성합니다.
 - 상수 : 시간에 무관하게 일정한 값이 적용
 입력되는 값은 하중 크기에 곱해지는
 팩터값입니다.
 - 사용자 정의 : 오른쪽 그림과 같이 사용자가
 시간에 따른 하중 프로파일을
 생성할 수 있습니다.

시간의존 하중

이름

하중 종류 집중 하중

☒ 총합력 ☐ 개별하중

대상선택

방향

X

N

Y

N

Z

N

시간 의존성

☐ 상수

☒ 사용자 정의 없음

함수 생성/변경

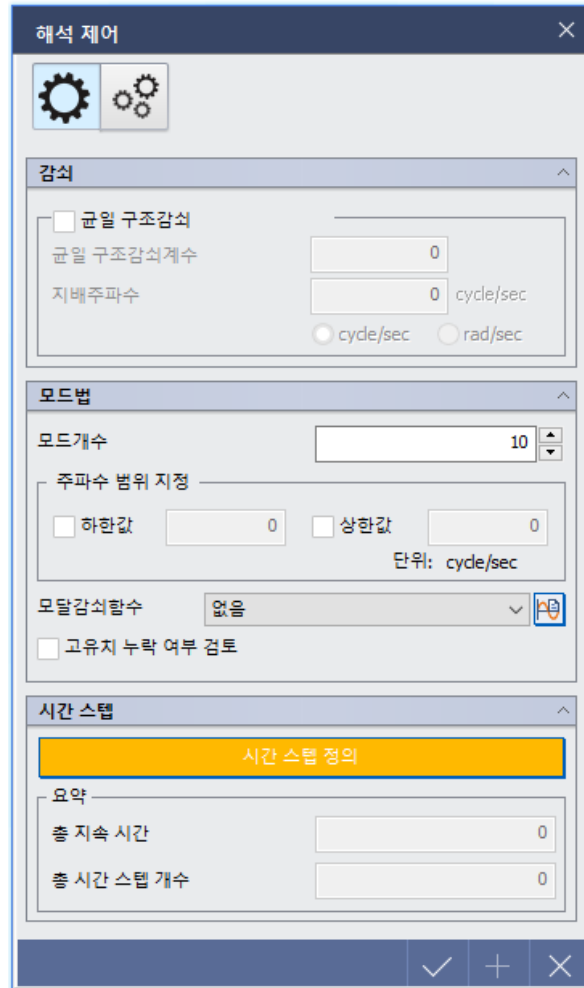
이름

시간 (sec)	값
0.0000	0.0000
0.0100	1.0000
0.0200	1.0000
0.0500	0.0000
0.0600	0.0000

시간

1 스케일값

주요 옵션 설정



균일 구조감쇠 : 전체 구조물에 대해 감쇠 입력

- 감쇠비를 입력하며, 주로 직접법에 사용됨
- 감쇠계수는 감쇠비의 2배를 사용 (2% 댐핑 적용시, 2×0.02 입력)

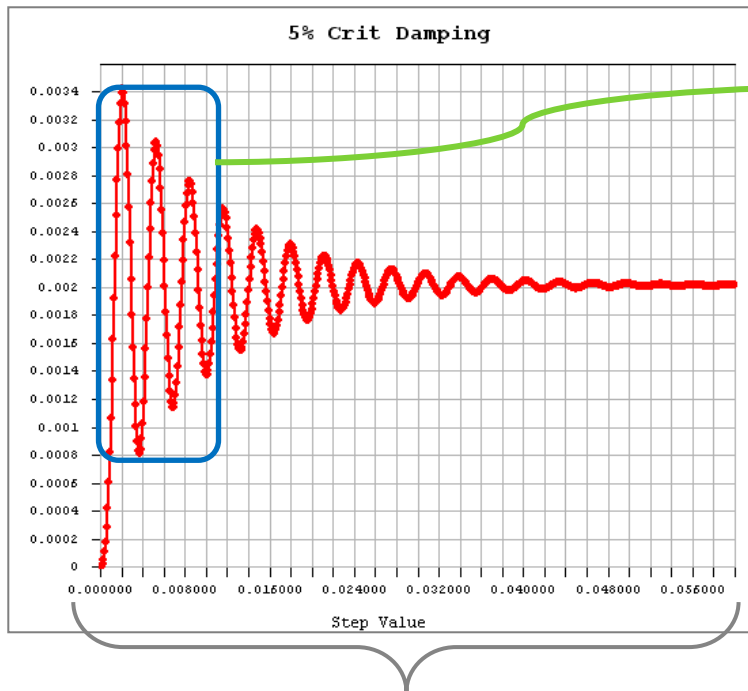
모드 개수 입력 : 모드법에만 적용됨

- 질량 참여율이 90% 이상이 나타나는 모드 차수를 입력
- 질량 참여율에 따라 결과값이 상이할 수 있으므로 사전에 모드해석을 수행하여 90% 이상의 질량 참여율을 확보할 수 있는 모드차수 확인 필요

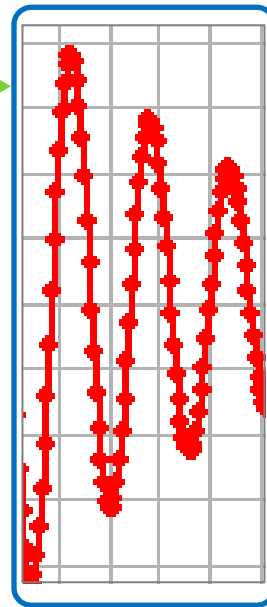
모달 감쇠계수: 전체 구조물에 대해 감쇠 입력

- 모드법에만 적용되며 사용자 정의 함수로 입력 가능함
- 각 주파수별 감쇠 계수 정의 가능하면 감쇠비 그래로 입력

과도 응답해석의 결과는 사용자가 정의한 시간 스텝에 따라 출력이 됩니다. 출력 개수가 많으면 보다 세밀한 결과를 얻을 수 있지만, 해석 시간이 증가합니다. 반면에 출력 개수가 작으면 해석 시간은 줄어들지만, 원하는 결과를 얻기가 힘들 수도 있습니다. 시간 스텝 정의에서는 해석 결과를 얼마의 시간 동안 출력할 것인가와 출력 시간 동안 몇 개의 데이터를 출력할 것인가를 선정해야 합니다. 예를 들어 충격 하중 적용 이후 자유진동의 형상을 보고자 한다면, 관심 모드 형상의 고유주기를 20등분 이상으로 분할하는 것이 좋습니다.



①전체 시간



②시간스텝개수가 많을수록 표현되는 그래프의 형상이 실제에 가깝게 된다.

시간 스텝 정의

이름

추가

전체 시간

① 0.1 sec

삽입

시간 스텝 개수

② 1

수정

중간결과 출력 (N번째 시간스텝마다)

1

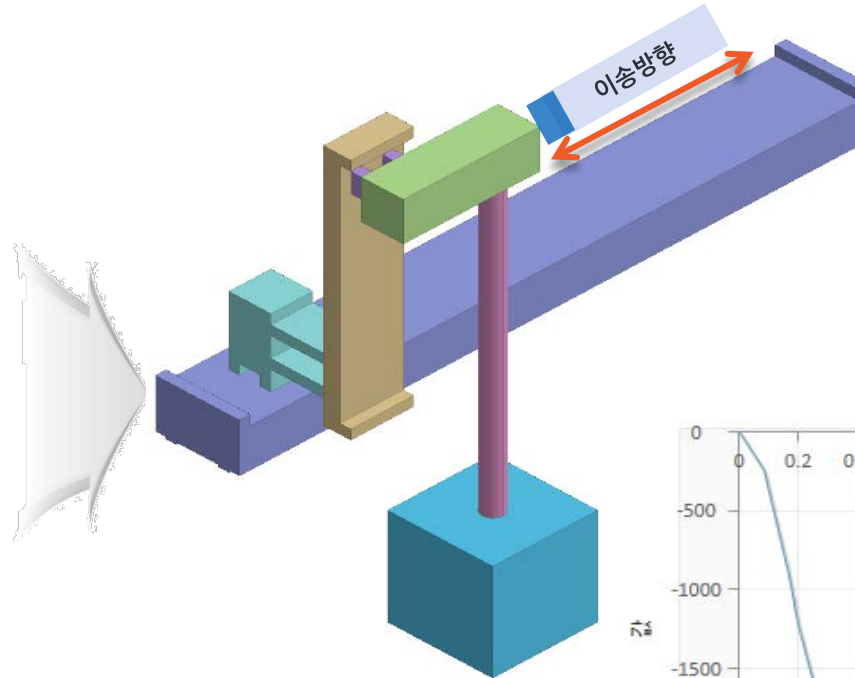
삭제

번호	이름	지속 시간	시간 스텝	중간결과 출력
----	----	-------	-------	---------

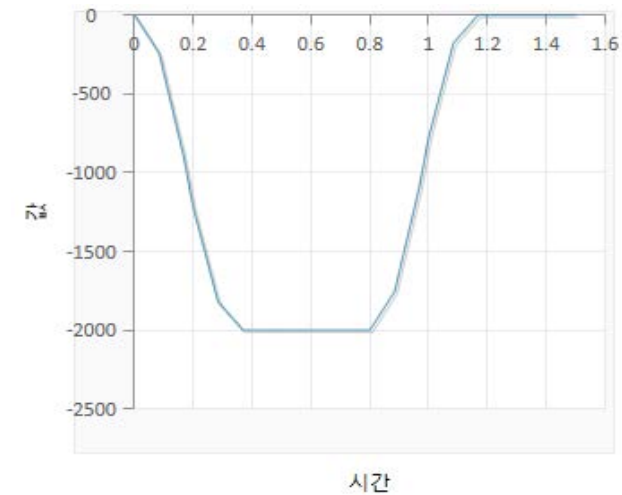
닫기

과도응답해석 따라하기

취출로봇 - STEP 00



속도 그래프



[예제 목적]

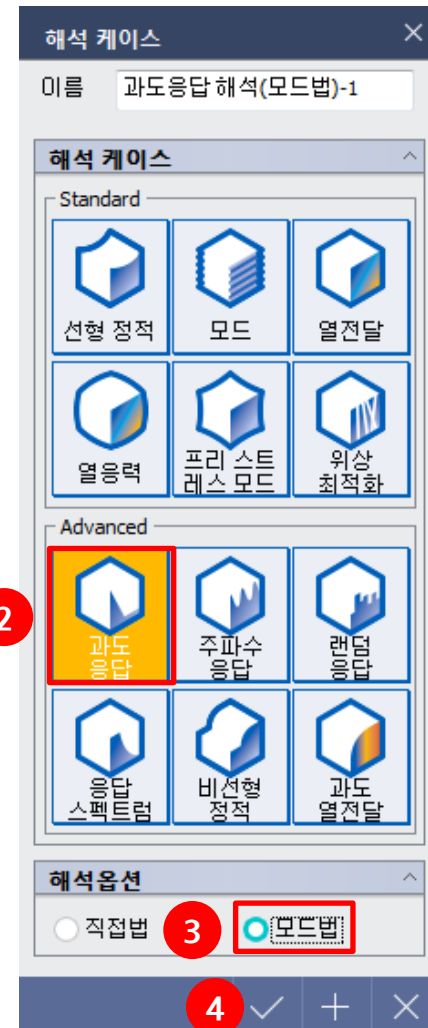
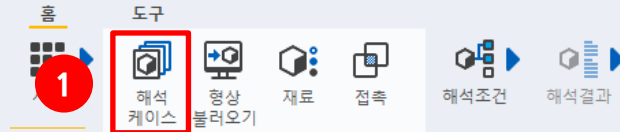
과도응답해석 실습 및 프로세스 이해합니다. 시간에 따른 하중 입력 방법 실습합니다.

결과 분석 시 변위가 시간에 따라 발생하는 현상을 분석합니다.

과도응답해석 따라하기

취출로봇 - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [과도응답해석] 클릭
- ③ [모드법] 클릭
- ④ [확인] 클릭

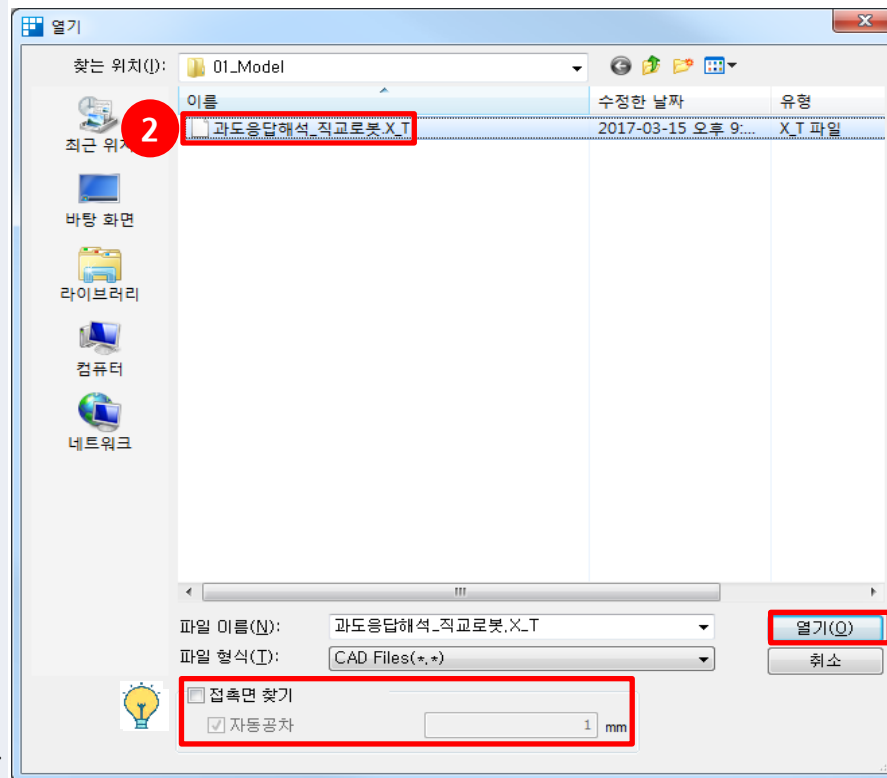
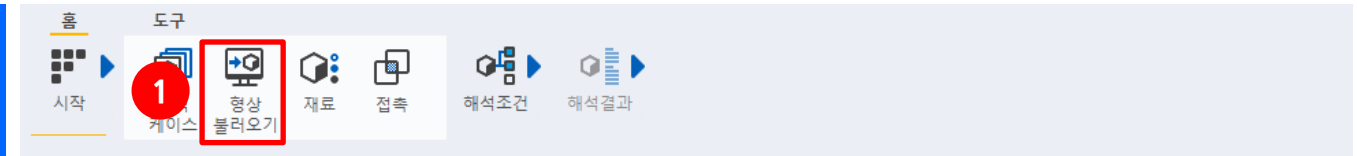


[과도응답해석]

시간에 따라 작용하는 하중인 동적 하중에 대하여 구조물의 거동을 파악하는 해석으로 기본적인 운동방정식을 활용하여 해석을 수행합니다. 순간적으로 작용하는 충격하중 및 가진점에 작용하는 Enforced force를 입력하여 시간에 따른 구조물의 응답을 분석할 수 있습니다.

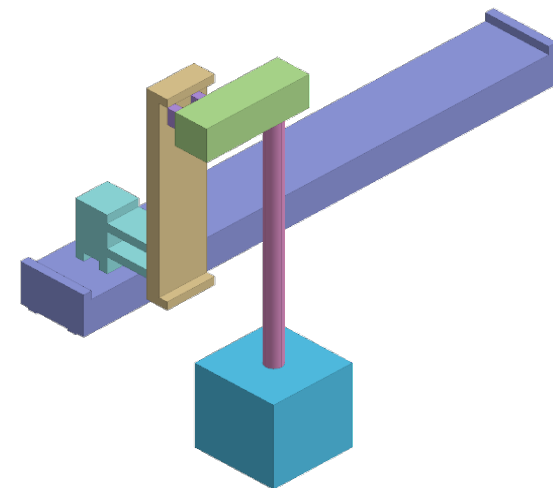
취출로봇 - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [과도응답해석_직교로봇.X_T] 클릭
- ③ [열기] 클릭



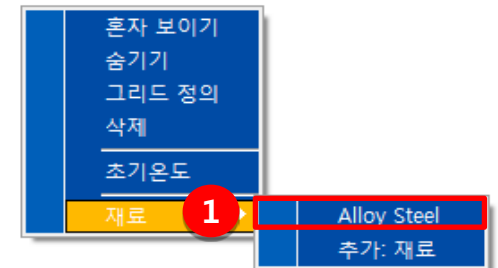
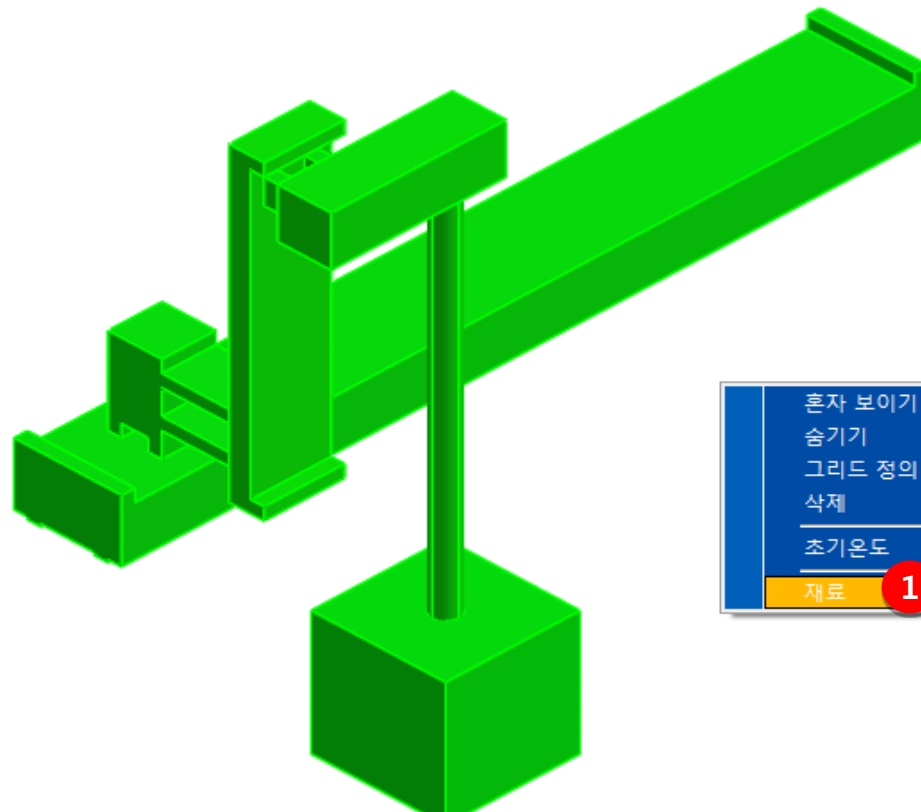
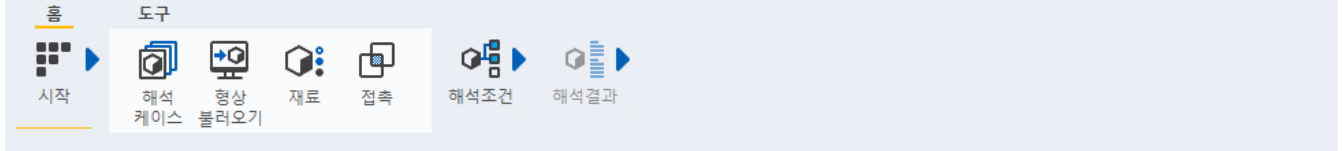
접촉면 찾기를 체크 해제 하면 CAD 불러오기 시 접촉을 정의하지 않고 불러들여옵니다.

(본 예제에서는 접촉면 찾기를 체크 해제하여 진행합니다.)



취출로봇 - STEP 03

- ① [전체 선택] 클릭
- ② 재료 → Alloy Steel 선택



취출로봇 - STEP 04

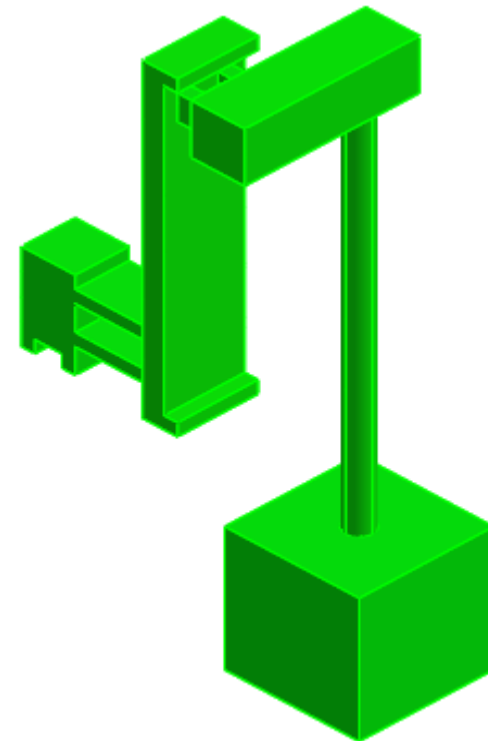
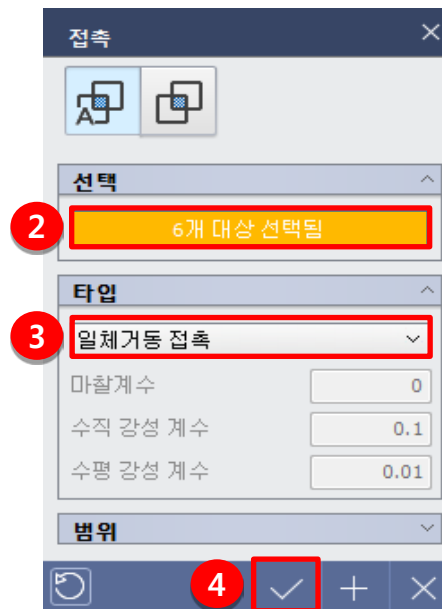
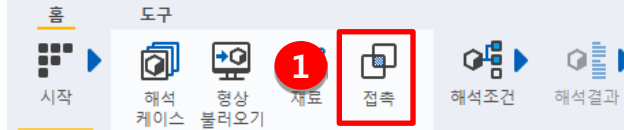
- ① [접촉] 클릭
- ② 그림을 참고하여 6개의 파트 클릭
- ③ 일체거동 접촉 선택
- ④ [확인] 클릭



선형 해석에서 정의할 수 있는 접촉은
일체거동 접촉과 양방향 미끄러짐 접촉이
있습니다.

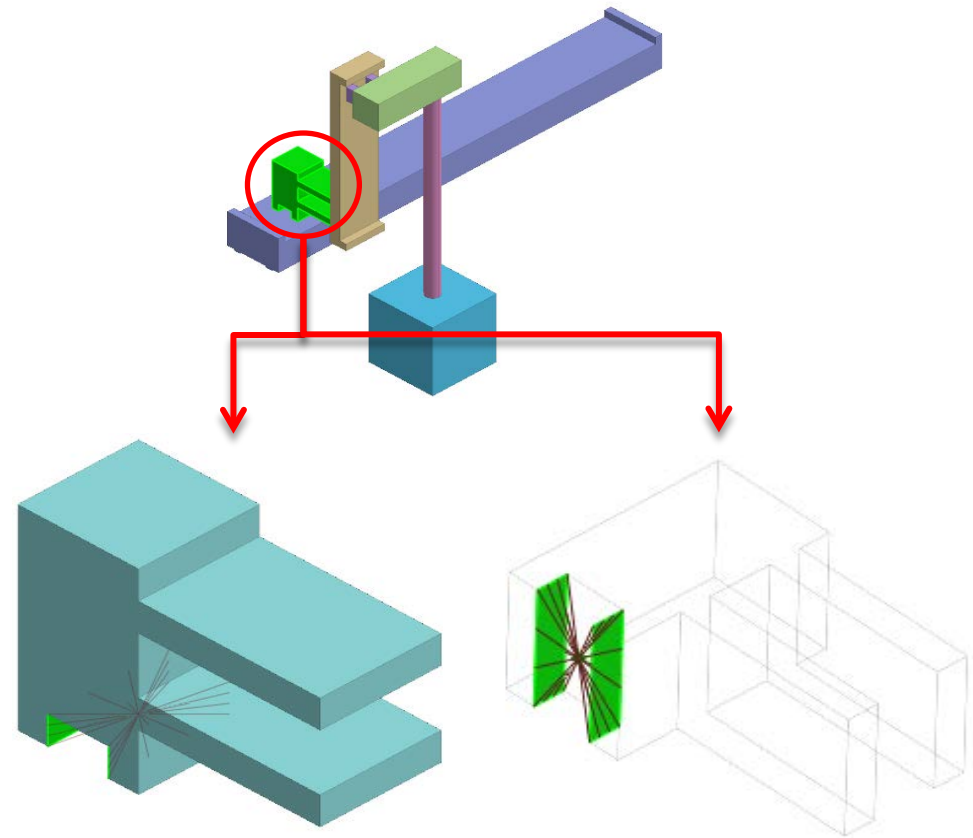
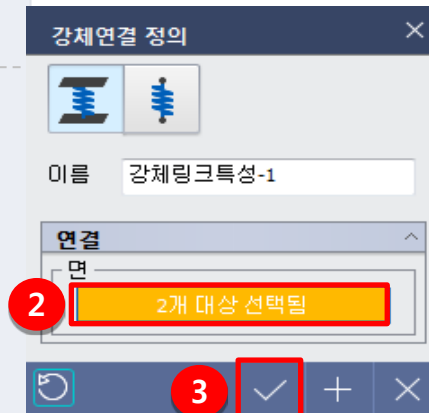
일체거동 접촉은 수직/수평으로 분리되지
않는 접촉입니다.

양방향 미끄러짐 접촉은 수직으로는 미끄러
림을 허용하는 반면 수평으로는 분리되지
않는 접촉입니다.



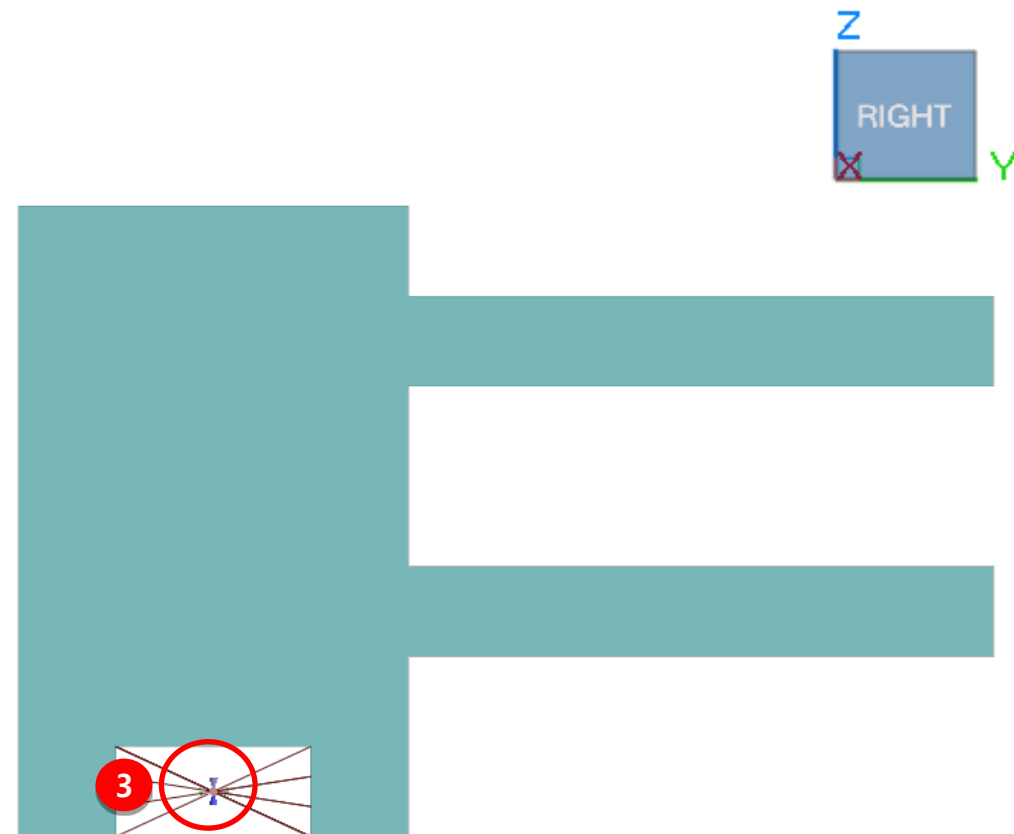
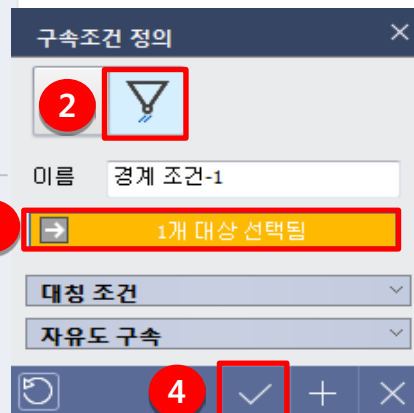
취출로봇 - STEP 05

- ① 해석조건 → [강제] 클릭
- ② 그림을 참고하여 2개면 선택
- ③ [확인] 클릭



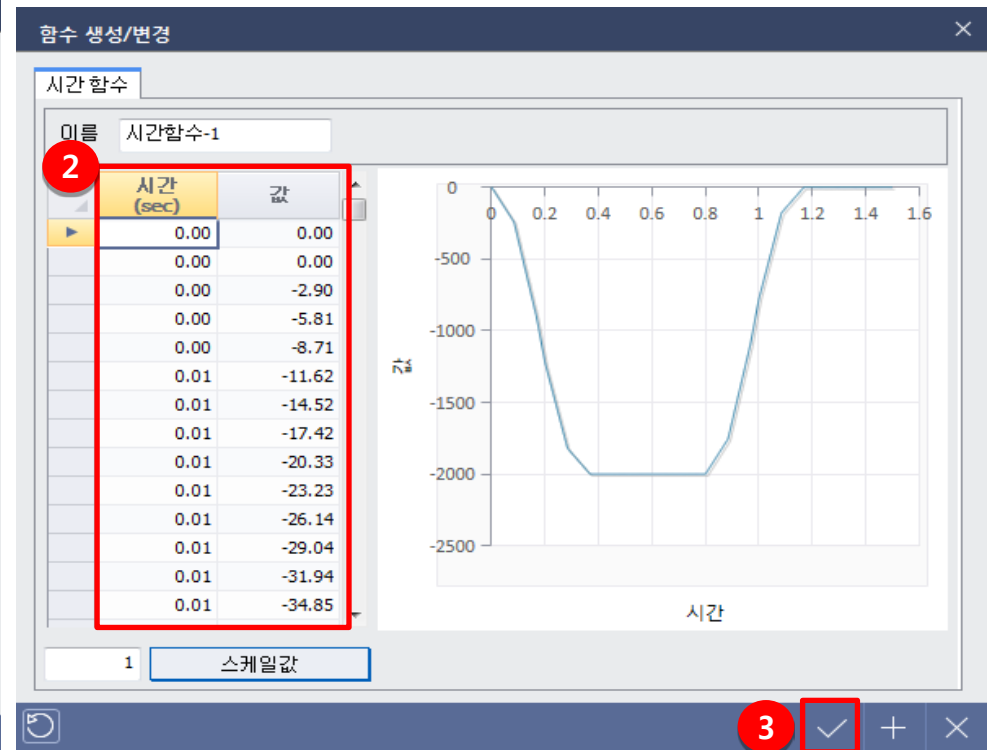
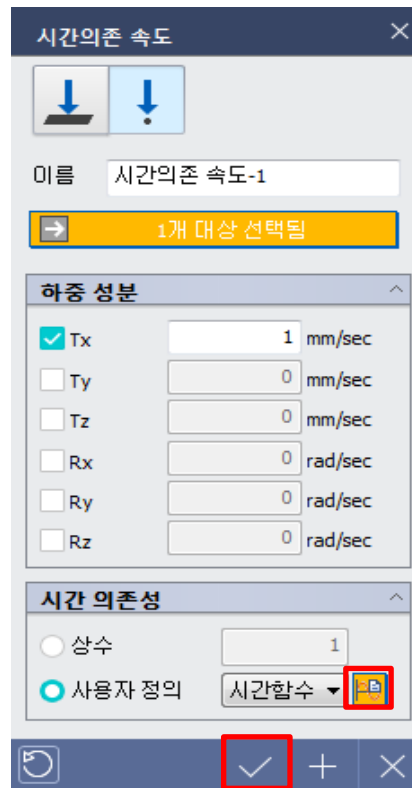
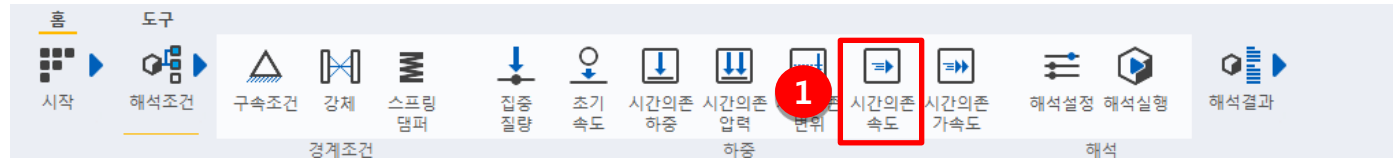
취출로봇 - STEP 06

- ① [구속조건] 클릭
- ② 점 경계조건 클릭
- ③ 그림을 참고하여 강체의 중심 점 클릭
- ④ [확인] 클릭



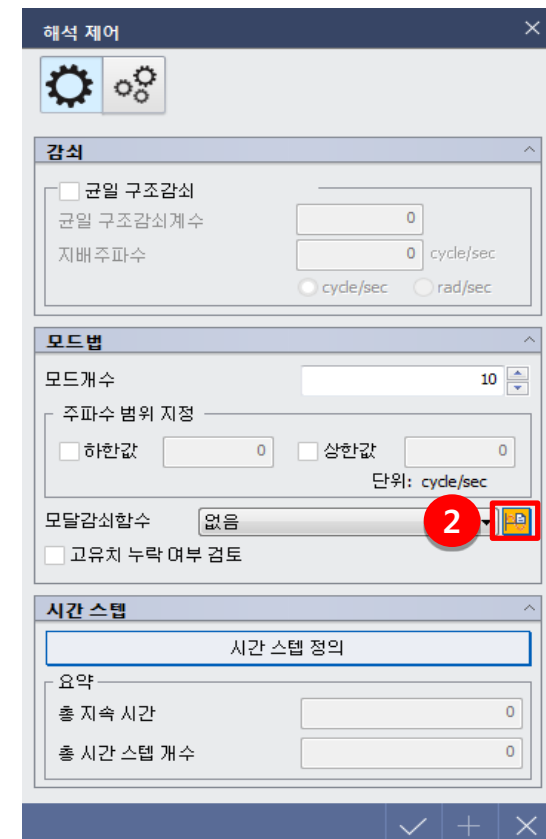
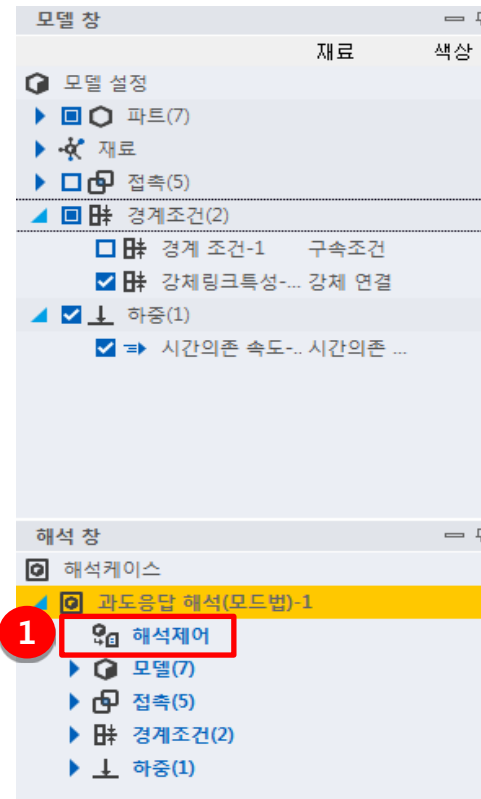
취출로봇 - STEP 07

- ① [시간의존 속도] 클릭
- ② 파일 중 '과도응답해석_시간함수' 파일을 참고하여 함수 입력
- ③ [확인] 클릭



취출로봇 - STEP 08

- ① 해석 창 → 해석제어 더블 클릭
- ② 모달감쇠함수 생성 클릭



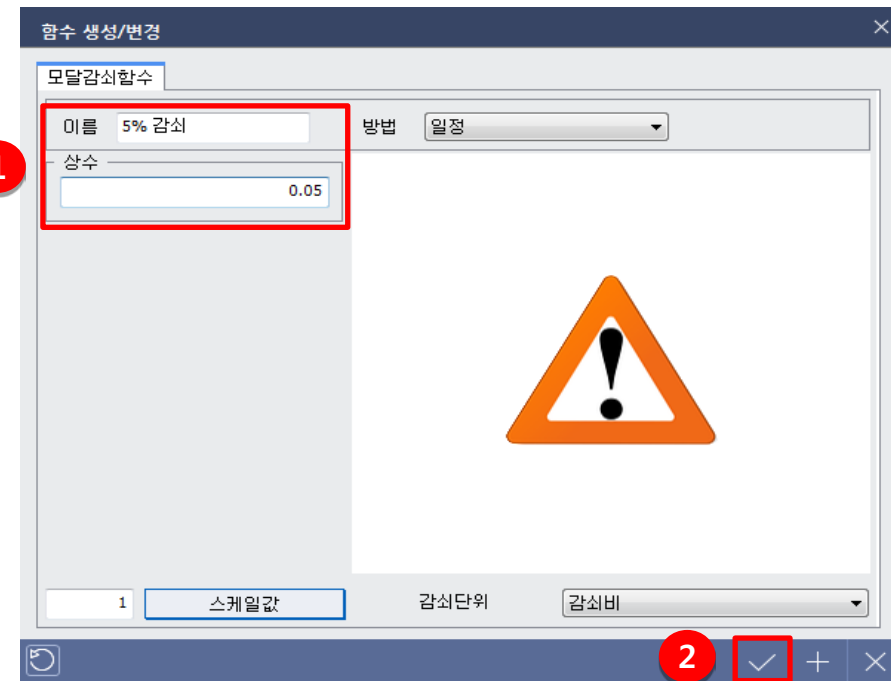
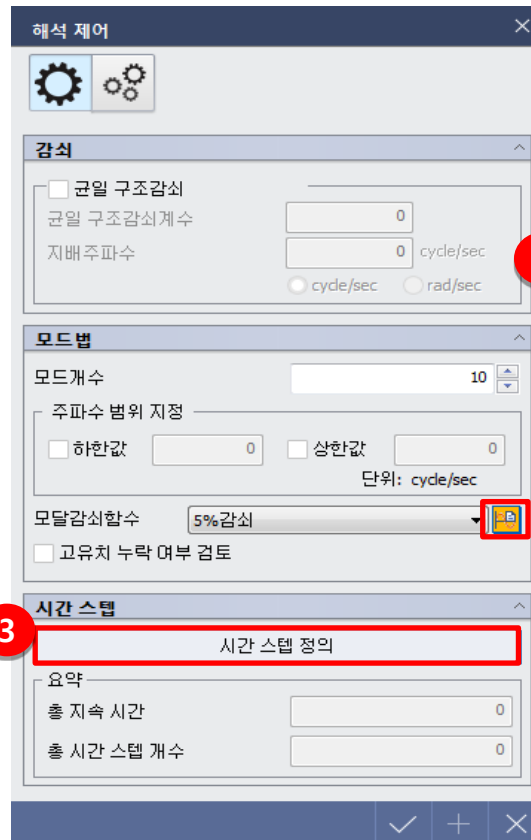
취출로봇 - STEP 09

① 아래의 함수 데이터 입력

이름	5% 감쇠
상수	0.05

② 확인 클릭

③ [시간 스텝 정의] 클릭



취출로봇 - STEP 10

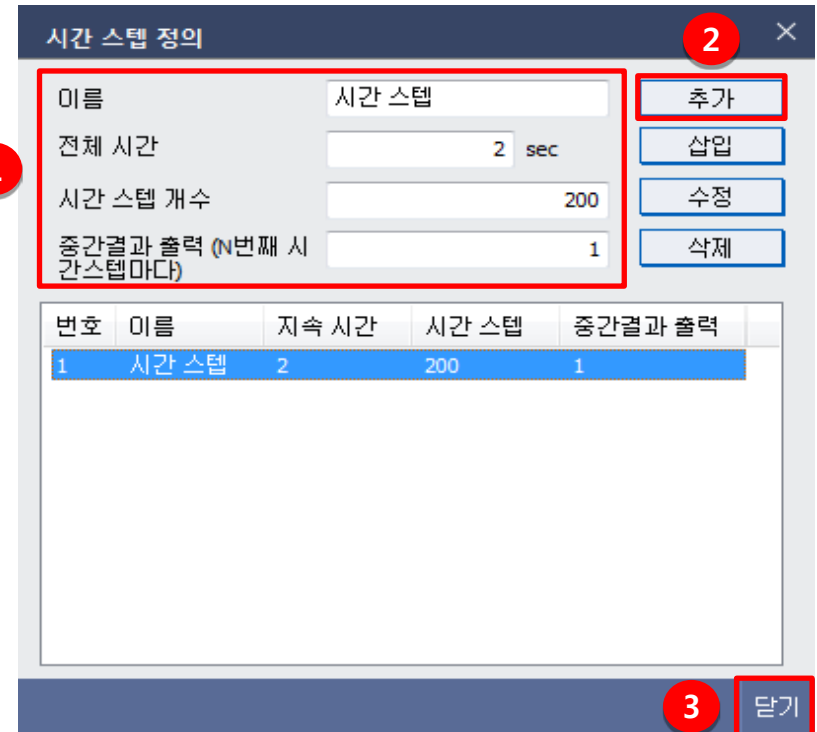
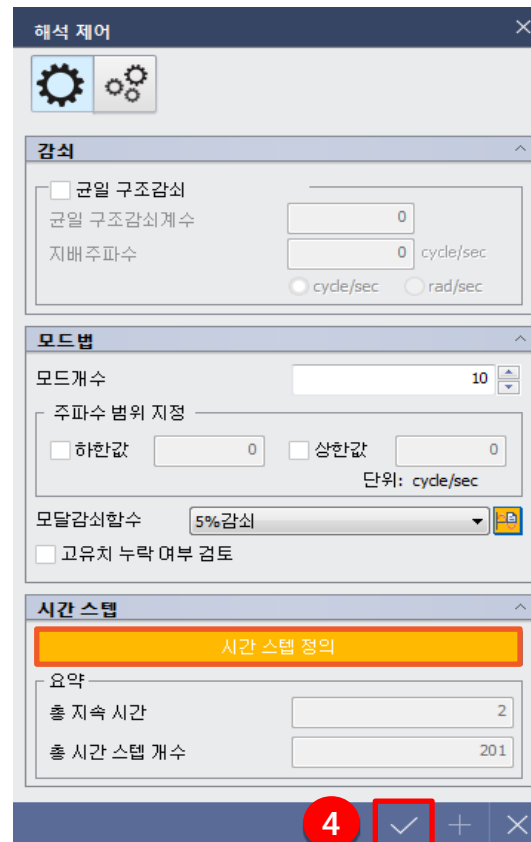
① 아래의 시간 스텝 데이터 입력

이름	시간 스텝
전체 시간	2
시간 스텝 개수	200
중간결과 출력	1

② [추가] 클릭

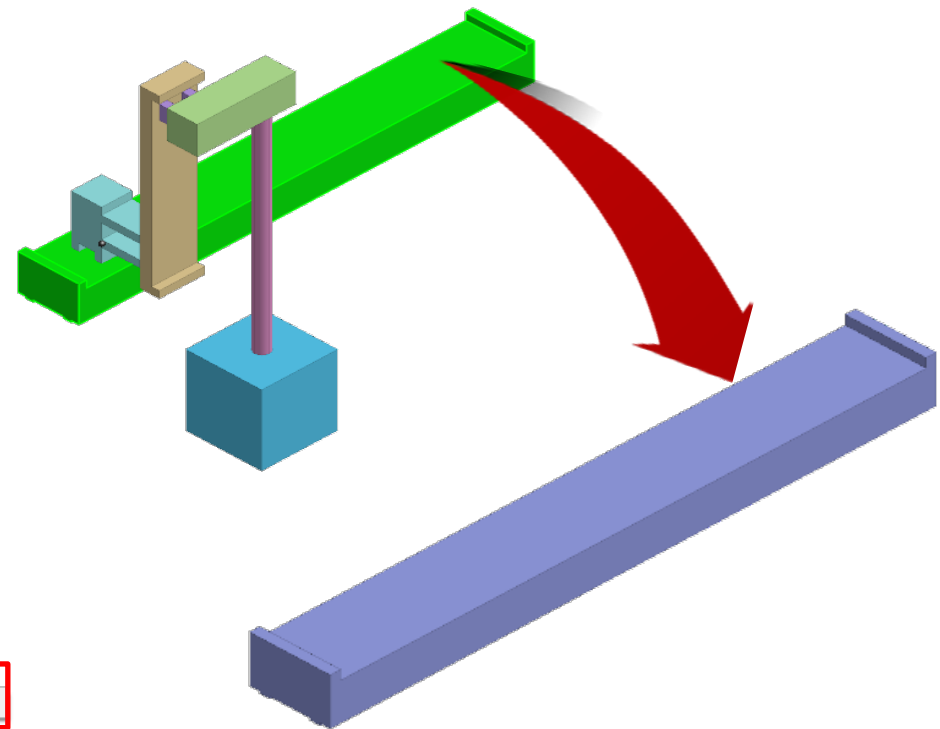
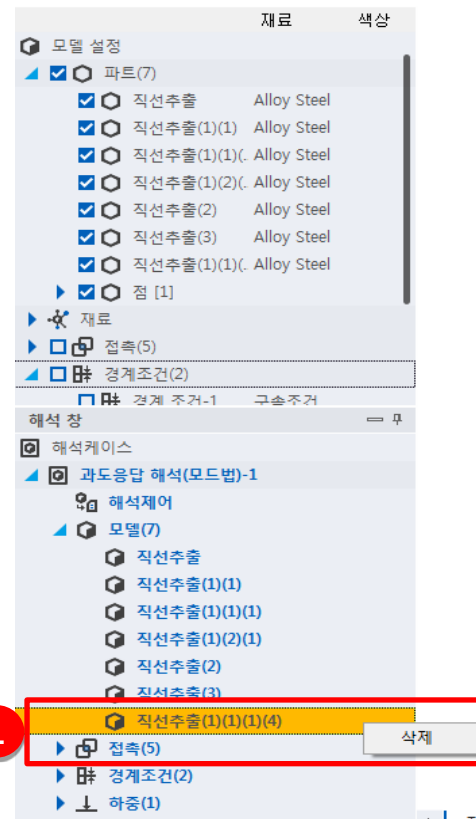
③ [닫기] 클릭

④ [확인] 클릭



취출로봇 - STEP 11

- ① 그림에 해당하는 파트를
해석 케이스 → 모델 에서 삭제



취출로봇 - STEP 12

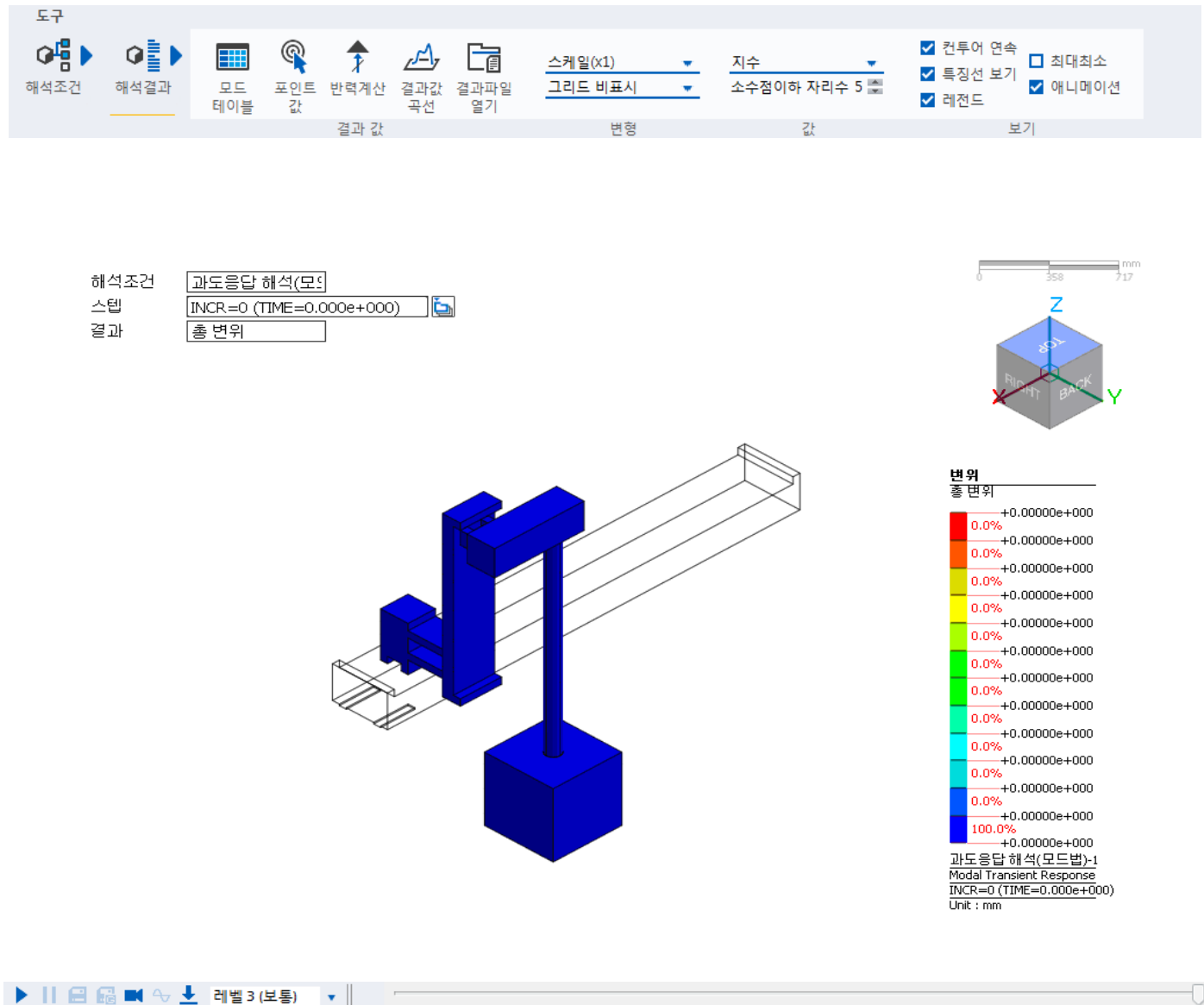
- ① 55.2Hz의 결과를 확인
- ② 변위, 응력 결과를 확인
- ③ 모드 결과에서 55.2Hz에서 Y축 방향의 고유 진동수가 발생하였으며, 해당 위치에서 공진이 발생

동해석 결과를 애니메이션으로 확인 시 멀티 스텝 녹화를 활성화 하여 확인하여야 합니다.



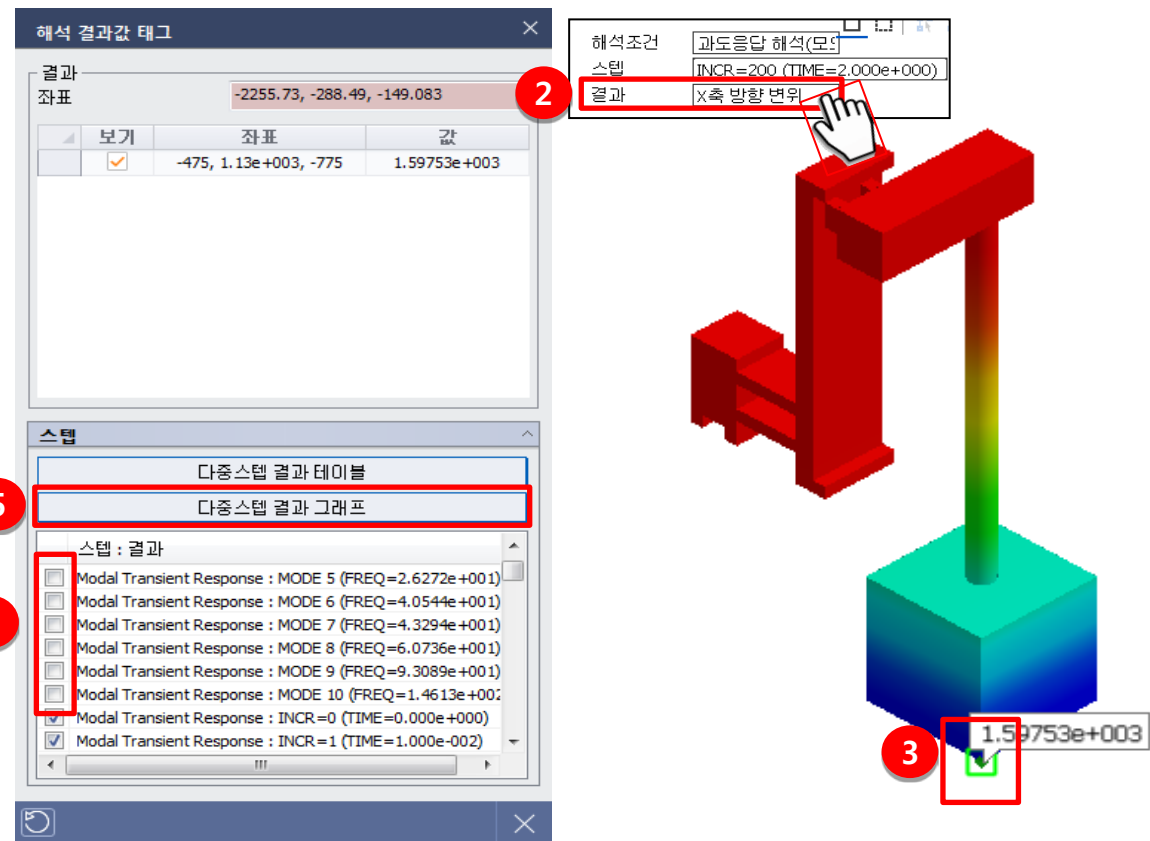
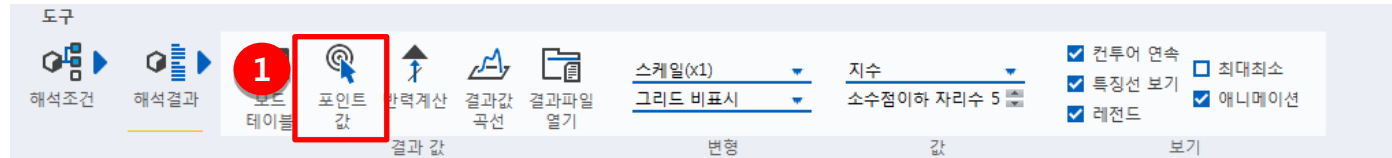
취출로봇 - STEP 13

- ① 55.2Hz의 결과를 확인
- ② 변위, 응력 결과를 확인
- ③ 모드 결과에서 55.2Hz에서 Y축 방향의 고유 진동수가 발생하였으며, 해당 위치에서 공진이 발생



취출로봇 - STEP 13

- ① 포인트 값 클릭
- ② 결과를 X축 방향 변위로 선택
- ③ 그림을 참고하여 해당하는 포인트 지정
- ④ 모드 결과(1~10차 모드)를 체크해제
- ⑤ 다중스텝 결과 그래프 클릭



취출로봇 - STEP 14

① 그래프 확인

도구

해석조건

해석결과

모드 테이블

포인트 값

반력계산

결과값 곡선

결과파일 열기

스케일(x1)

그리드 비표시

변형

지수

소수점이하 자리수 5

값

☒ 컨투어 연속

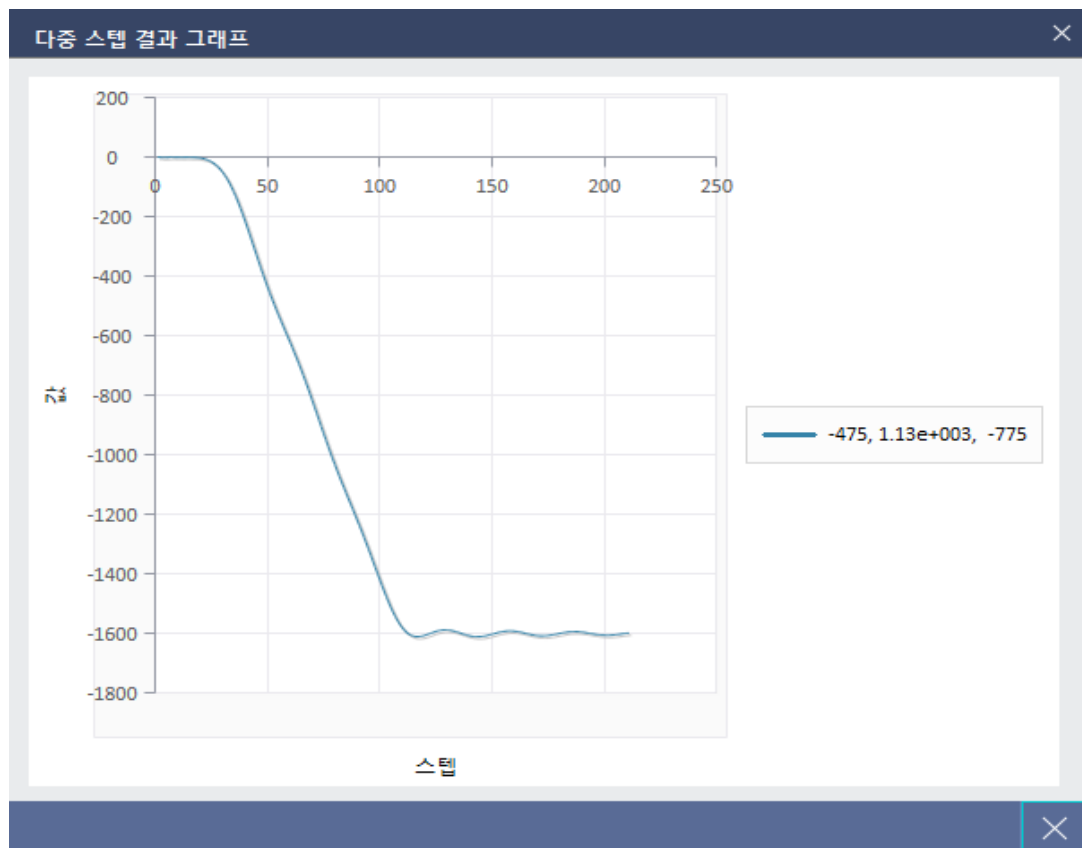
☐ 최대최소

☒ 특징선 보기

☒ 애니메이션

☒ 레전드

보기

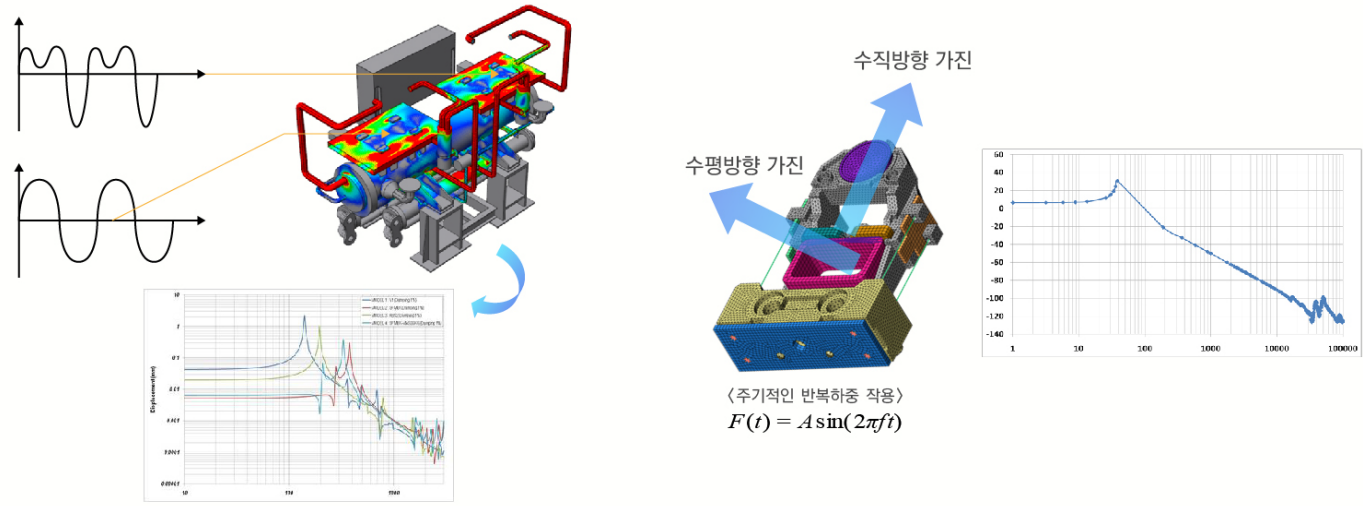


주파수 응답해석

공진 현상은 구조물의 고유 진동수와 유사한 진동수의 하중이 구조물에 재하가 되어 구조 물의 변위가 점진적으로 증폭이 되는 현상을 말합니다. 공진 상태에서는 일반적으로 예측(정적 해석의 결과)되는 구조물의 변위보다 큰 변위가 발생하게 되며 이는 구조물에 심각한 불안 정성을 초래합니다. 일반적으로 구조물은 공진 현상을 피하기 위해서 고유진동수와 구조 물의 재하되는 하중의 진동수가 일치하지 않도록 설계를 합니다. 공진 현상을 피할 수 없는 경우에는 공진 상태에서의 구조물의 안정성을 평가해야만 하며, 이는 주파수 응답해석을 통해서 수 행할 수 있습니다.

주파수 응답해석은 정현파(Sinusoidal, Harmonic) 하중의 입력에 대한 구조물의 정상상태 응답을 해석합니다. 정현파 형태로 정의되는 대표적인 진동하중에는 회전기계와 프로펠러 날개 등이 있습니다. 시간영역에서 계산을 수행하는 과도응답해석과 달리 주파수 응답해석은 주파수영역에서 계산을 수행합니다. 입력하중(가진)도 정현파의 형태로, 특정 주파수에서 진폭 (Amplitude)을 갖는 주파수의 함수로 정의합니다. 정상상태의 주파수응답은 하중과 동일한 주파수에서 발생합니다. 즉, 일정한 진동의 하중이 지속적으로 가해지는 경우 적절한 감쇠를 가진 구조물이라면 하중의 주파수와 동일한 주파수에서 구조물이 지속적으로 진동하게 됩니다.

주파수 응답해석의 감쇠는 무한으로 발산할 수 있는 응답 변위를 억제하며, 하중 주기와 응답주기의 차이(Phase Shift)를 발생시킵니다. 응답주기의 차이로 인해 최대크기의 하중이 재 하된 시점에서 구조물이 최대 변위를 보이지 않고, 잠시 후 구조물의 변위가 최대가 되는 현상이 발생합니다.



진동하중에 의한 선박용 냉동기 구조 안전성 검토

- 모드 성분을 분석하여 조화 하중으로 입력
- 주파수응답해석을 수행하여 구조체 및 배관부의 균열 발생 여부 검토

Optical disk 공진 데시벨 검토

- 주파수 응답해석을 통한 공진 데시벨 검토
- 주파수 응답해석의 결과를 공진 영역과 검토

주파수 응답해석에 작용하는 하중은 조화하중으로 가진이 됩니다. 모드해석을 수행하면 설계 구조물의 고유진동수와 모드 형상만 파악이 가능합니다. 공진이 발생 가능한 진동수는 알 수 있으나, 공진이 발생하거나, 그 이외의 영역에서의 응답을 판단하기는 어렵습니다.

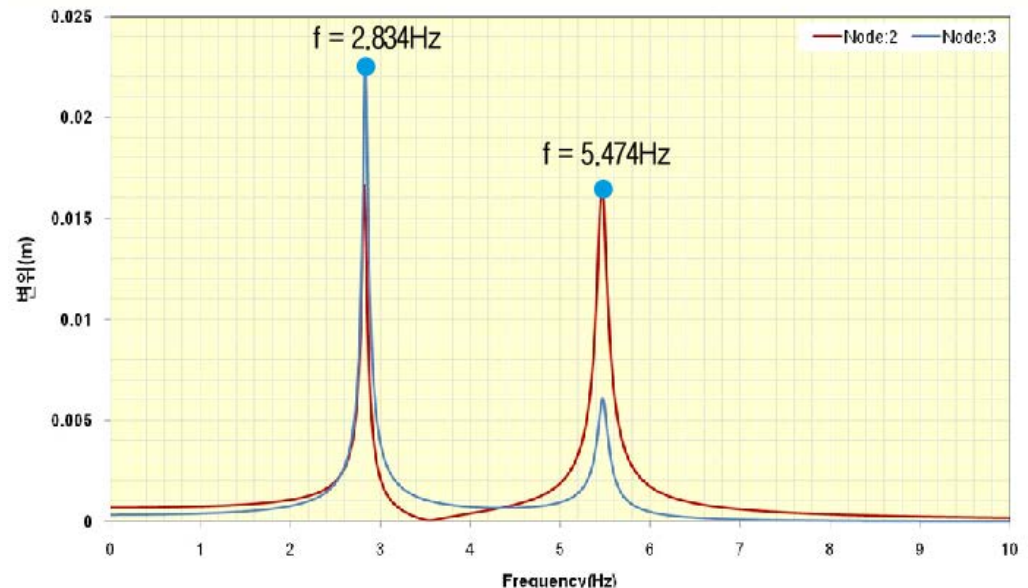
주파수 응답해석은 가진 주파수 별로 설계 제품의 응답을 정량적으로 표현해 줍니다. 그러므로 가진 주파수에 따라 변형량이 얼마나 발생하는지를 명확하게 파악할 수 있습니다. 자동차를 예를 들어 보면 엔진은 상용 회전수(RPM) 영역에서 변화합니다(회전수는 진동수로 변환 가능). 일반 아이들 상태에서 부터 회전수를 점진적으로 증가시키는 경우, 자동차에 설치된 여러 부속물들은 가진 주파수가 변경됨에 따라 다양한 동적 응답을 나타냅니다. 우측의 그림과 같이 가진 주파수 별로 변형량을 정리해 둔다면, 설계 제품이 어떤 가진 주파수에서 변형량이 증가하고, 어떤 가진 주파수에서 변형량이 감소하는지를 명확하게 알 수 있습니다. 이를 통하여 설계 제품의 고유 진동수를 변경할 수 있으며, 또는 가진 주파수를 조절하여 진동하중이 작용하는 구조물에 대해 안정적으로 설계할 수 있습니다.

■ 주기적인 하중에 대한 주파수별 특성 분석 가능

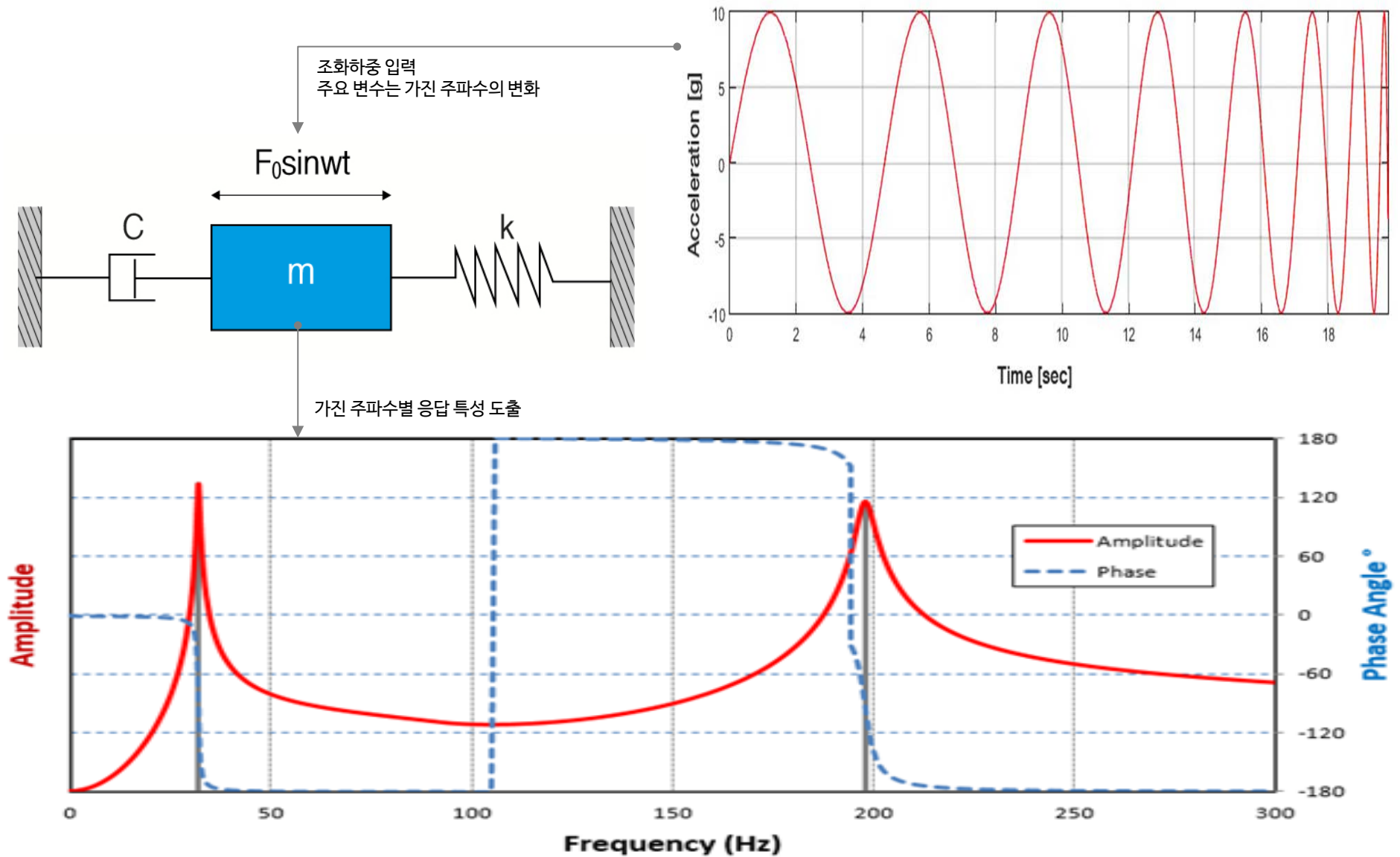
- 지패주파수 (응답에 가장 큰 영향을 미치는 주파수) 영역 파악
- 구조물이 가장 민감하게 반응하는 주파수 영역 파악

■ 하중과 구조물의 공진상태 정의

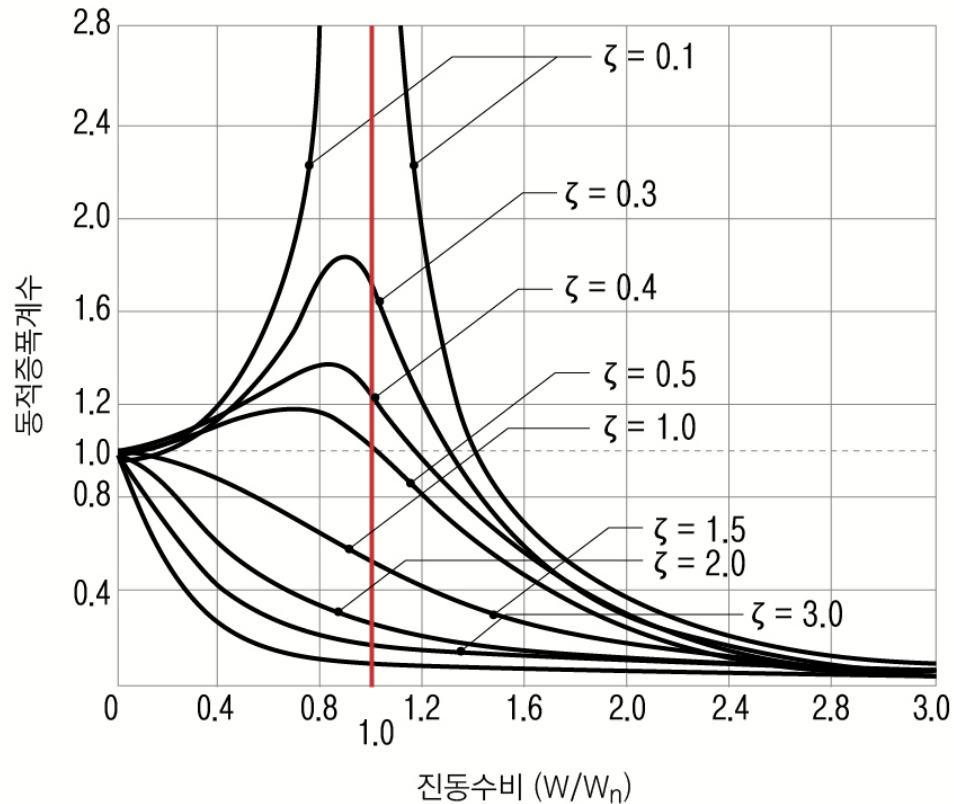
■ 운용 주파수 변화 또는 구조물의 고유진동수 변화를 통한 설계 변경 가능



조화하중에 의한 동적 응답



조화하중에 의한 동적 응답 특성



$$A = \frac{1}{\left[\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2 \zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2 \right]^{1/2}}$$

ω : 가진주파수 ω_n : 고유진동수 ζ : 감쇠비

- (1) 감쇠가 없을 경우 $\omega \rightarrow \omega_n$, $A \rightarrow$ 무한대
공진
- (2) $\omega \rightarrow 0$, $A \rightarrow 1$
정해석과 동일
- (3) $\omega \rightarrow$ 무한대, $A \rightarrow 0$
시스템을 빨리 가진하면 F_0 의 크기에 상관없이 응답은 제로
- (4) $\omega / \omega_n = 1$ (공진), $A \rightarrow 1/(2 \zeta)$
공진 부근에서는 감쇠비 영향이 큼
- (5) 저감쇠 시스템에서는 A 의 변화폭이 큼

조화하중에 의한 동적 응답 특성

고유진동수 해석에서는 감쇠의 영향이 매우 적음

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

조화응답에서는 감쇠의 영향이 매우 중요함

- 동적증폭계수가 저감쇠 영역에서 크게 변함
- 작음 감쇠값을 추정하기가 어려움

시스템	감쇠비
강철 (탄성 영역)	< 0.01
강철 조인트	~ 0.03
알루미늄	$\sim 4 \times 10^{-4}$
자동차 shock absorber	~ 0.3
고무	~ 0.05
지진하중하의 빌딩	$0.01 \sim 0.05$

동적 증폭 계수

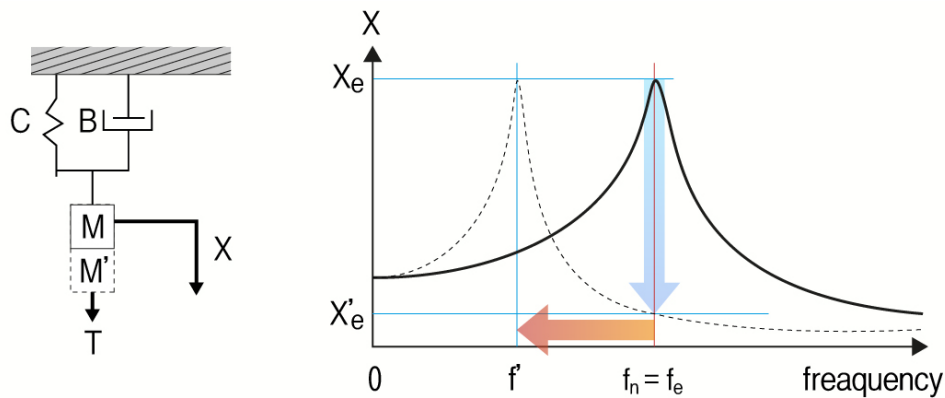
동적 증폭 계수는 정적하중 결과 대비 동해석 결과의 비를 나타냅니다. 좌측 그래프의 Y축 성분이 동적 증폭 계수를 나타냅니다. X축은 진동수의 비율로 설계 구조물의 고유진동수 대비 가진 진동수의 비입니다. 진동수비가 1.0인 경우는 공진이 발생한 경우입니다. 좌측 그래프에서 보듯이 정적인 상태(0Hz 가진)에서 부터 설계 제품의 고유진동수까지 점진적으로 가진 진동수를 증가하면 정적인 상태의 변형량에 비해 변형량이 증가합니다. 이러한 변형의 증가량은 공진 지점을 지나면서 부터 감소하기 시작하며, 고유 진동수에 비해 3배 이상으로 가진을 한다면 변형량은 거의 0에 가깝게 나타납니다. 이러한 특성을 이해하고 있다면 설계 제품의 고유 진동수와 가진 진동수와 비교하여 빠른 시간 안에 설계 제품을 특성을 분석할 수 있습니다.

감쇠의 영향

좌측의 그림에서 보이는 것과 같이 주파수 응답해석에서 감쇠의 영향은 매우 중요한 요소입니다. 감쇠비의 변화에 따라 동적 증폭 계수는 급격하게 변화하는 현상을 나타내고 있습니다. 고유진동수의 변화 및 가진 진동수에 의한 변화를 통해 제품의 동특성을 변화시킬 수도 있는 반면, 감쇠비를 이용하여 변형량을 제어할 수도 있습니다. 다만, 설계 제품의 감쇠비를 정량적으로 추정하기가 어려운 편입니다.

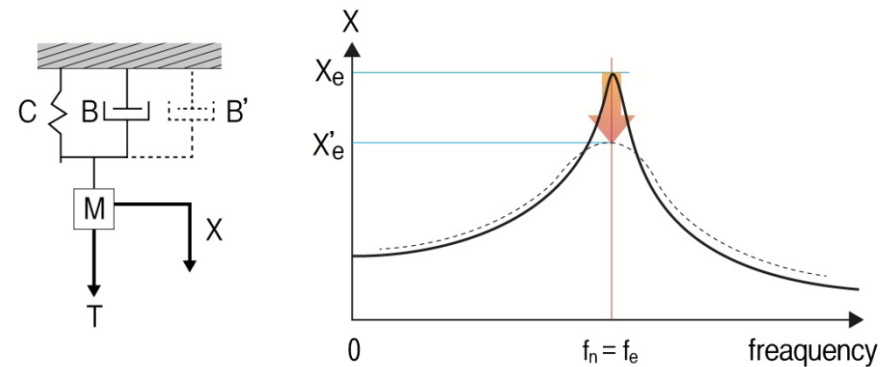
고유진동수 변경

- 발생된 진동 최대치가 허용치 이내로 되도록 하기 위해 구조물의
운영 주파수 내에서 공진이 발생하지 않도록 수정하는 방법
- 구조물의 수정은 질량과 강성의 변화를 의미하며 고유진동수를 변화 시킴



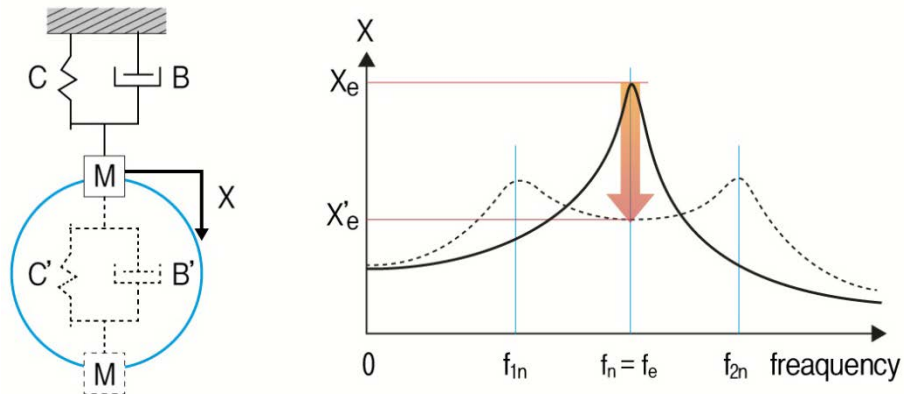
감쇠 추가

- 공진영역에서 진폭을 줄이기 위한 방법으로 감쇠를 증가
- 감쇠는 공진영역에서 가장 민감하게 작용함
- 감쇠의 부가는 구조물의 고유진동수는 변화시키지 않으면서 최대 진폭은 감소 시킴
- 공진주파수와 멀리 떨어진 주파수에서의 진폭은 수정전에 비해 약간 증가되는 것에 주의 요망



동흡진기 부착

- 부가적인 질량 - 탄성계(부진동계)를 추가하는 방식
- 고유진동수는 부진동계에 의해 2개의 고유진동수로 분리됨
- 부가적인 진동계는 폭 넓은 운전 영역에서 응답 크기를 감소 가능하게 함



주파수의존 하중

↓

↓

↓

이름 주파수의존 하중-1

하중 종류

하중 종류

집중 하중

총합력

개별하중

대상선택

방향

X

0

N

Y

0

N

Z

0

N

주파수 의존성

크기/위상각도

크기

상수

0

사용자정의

없음(일정)

위상각도

상수

0 [deg]

사용자정의

없음(일정)

↺

✓

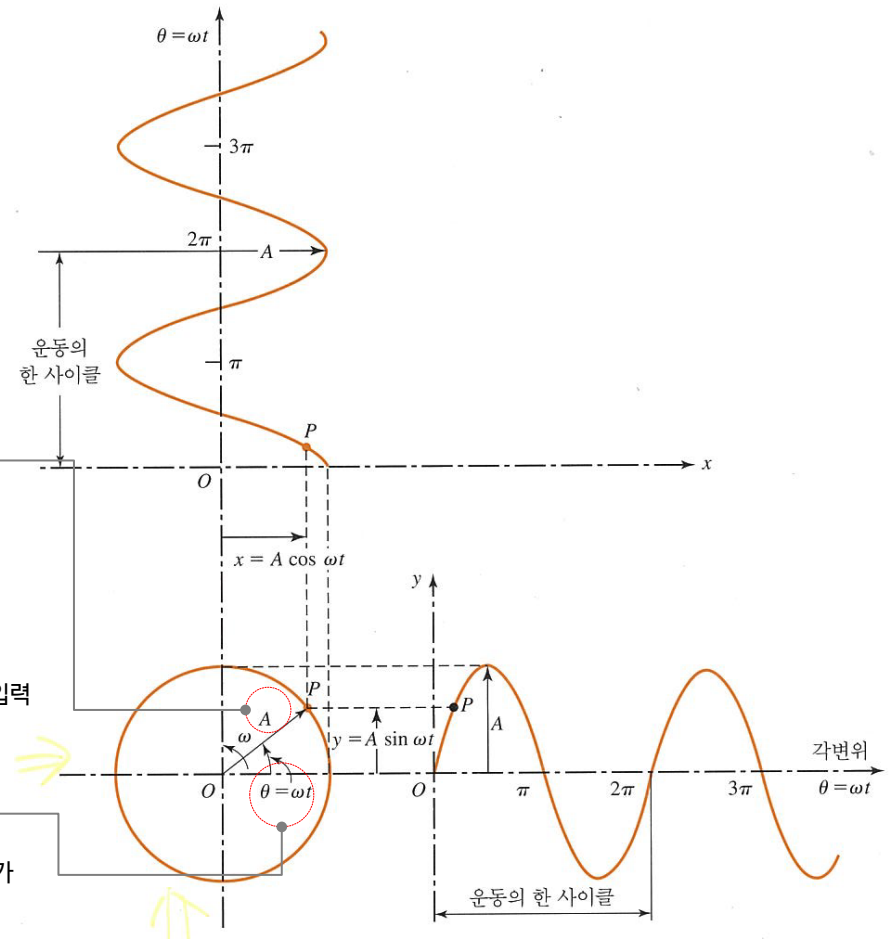
+

×

하중 크기를 입력합니다.


하중 팩터입니다.
주파수에 따라 하중 변화가 없는 경우 1을 입력
주파수에 따라 하중 변화가 있을 경우
사용자 정의 함수를 사용합니다.

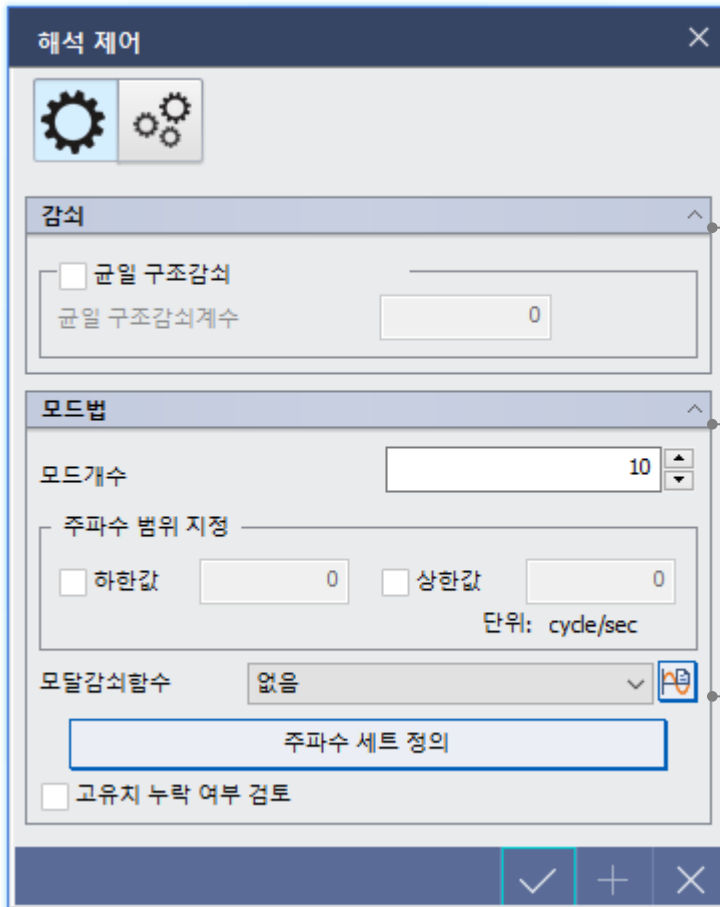
타 하중과의 위상차를 입력합니다.
2개의 조화하중이 가진되고 서로의 위상차가
있는 경우 적용합니다.



The diagram illustrates the concept of harmonic loading. The top part shows a 3D helical path in a coordinate system with axes x , y , and z . The angle $\theta = \omega t$ is shown. The bottom part shows a 2D circular path in the xy -plane, with the angle $\theta = \omega t$ and the radius A . The x and y coordinates are given by $x = A \cos \omega t$ and $y = A \sin \omega t$. The period of the motion is indicated as 2π .

Page 118





균일 구조감쇠 : 전체 구조물에 대해 감쇠 입력

- 감쇠비를 입력하며, 주로 직접법에 사용됨
- 감쇠계수는 감쇠비의 2배를 사용 (2% 댐핑 적용시, 2×0.02 입력)

모드 개수 입력 : 모드법에만 적용됨

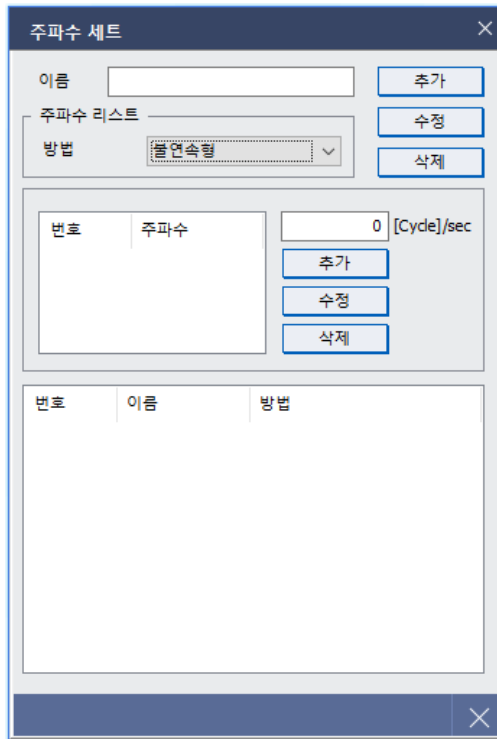
- 질량 참여율이 90% 이상이 나타나는 모드 차수를 입력
- 질량 참여율에 따라 결과값이 상이할 수 있으므로 사전에 모드해석을 수행하여 90% 이상의 질량 참여율을 확보할 수 있는 모드차수 확인 필요

모달 감쇠계수: 전체 구조물에 대해 감쇠 입력

- 모드법에만 적용되며 사용자 정의 함수로 입력 가능함
- 각 주파수별 감쇠 계수 정의 가능하면 감쇠비 그대로 입력

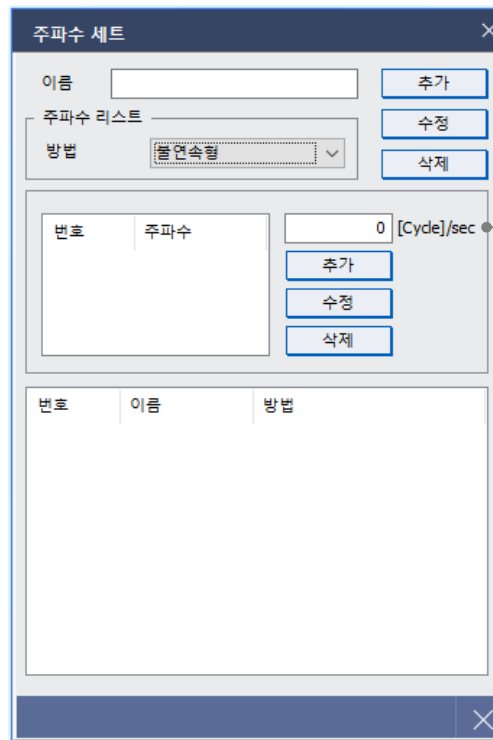
주파수 세트 정의

주파수응답해석의 결과는 주파수 세트에서 정의된 주파수 스텝을 기준으로 출력이 됩니다. 원하는 가진 범위와 특정 위치에서의 결과를 도출하기 위해서는 주파수 세트를 명확하게 정의하여야 합니다. MeshFree에서는 불연속형, 선형, 로그형, 클러스터 기법을 제공합니다. 각 기법은 조합하여 정의할 수 있습니다.

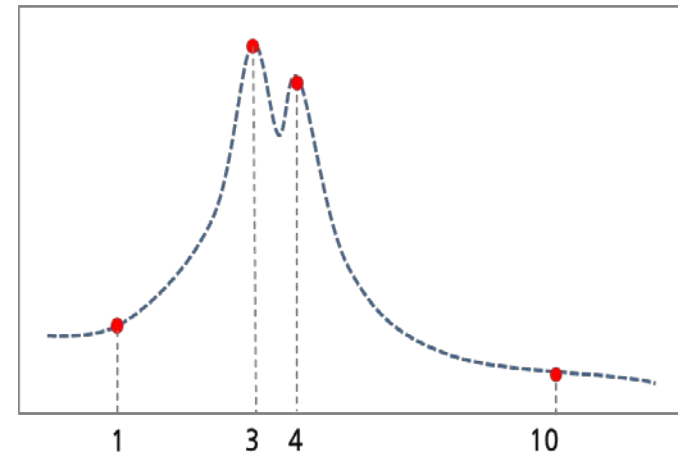


불연속형

- 사용자가 보고자 하는 주파수를 입력할 수 있음
- 선택된 주파수에서 결과 출력됨
- 일반적으로 직접법으로 해석 수행 시 활용되며, 선형 방법과 연계하여 정의
- 모드해석을 통해 고유 진동수의 특성을 잘 알고 있는 경우에 유용



사전에 모드해석을 수행하고 관심 있는 주파수 입력



선형

- 대상 주파수 범위 내에서 일정 간격으로 증가
- 고유 진동수 범위 내에서 값이 무시될 수 있음
- 기본적인 Base로 적용할 수 있으며, 다른 기법을 적용하여 고유 진동수 범위를 표시

주파수 세트

이름 추가

주파수 리스트 수정

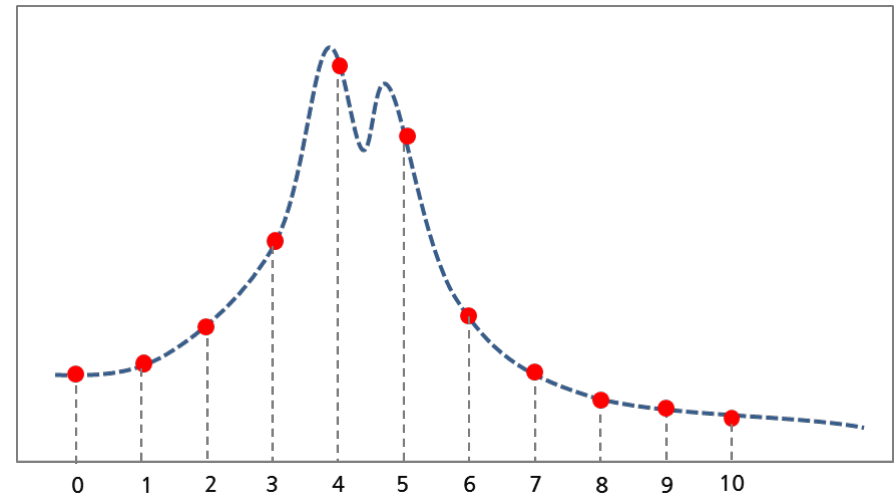
방법 선택 삭제

관심 주파수 시작점을 입력합니다. ← ●최초진동수 [Cycle]/sec

증분되는 주파수를 입력합니다. ← ●진동수 증분 [Cycle]/sec

개수를 입력하며, 진동수 증수 x 증분개수 까지 결과가 출력됩니다. ← ●증분 개수

번호	이름	방법
----	----	----



주파수 세트 정의

로그형

- 대상 주파수 범위 내에서 log함수 간격으로 증가
- 고유 진동수 범위 내에서 값이 무시될 수 있음
- 시작주파수 부근에서 조밀하게 나타나므로 기본적으로 저차구역의 Base로 적용할 수 있음
- 전체 가동 주파수 영역이 매우 넓은 경우와 시작 주파수 영역이 조밀한 경우 적합

관심 주파수 시작점을 입력합니다.

관심 주파수의 마지막점을 입력합니다.

결과를 출력할 간격개수를 입력합니다.

주파수 세트

이름

추가

주파수 리스트

수정

방법

로그형

삭제

최초진동수

0

[Cycle]/sec

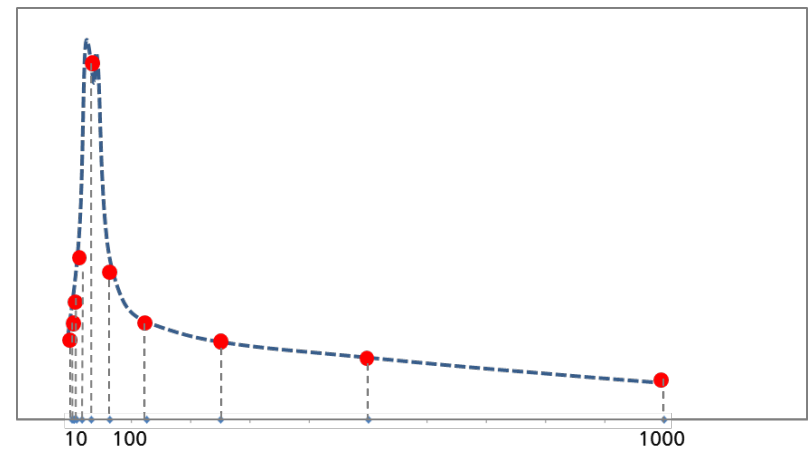
마지막주파수

0

[Cycle]/sec

간격개수

1



클러스터형

- 고유진동수 사이에 선형 또는 로그 방식을 적용하여 주파수 분할
- 시작과 끝 주파수 설정, 구조물 각 고유치 영역 사이의 출력 주파수 개수와 조밀도 설정 가능.
- Modal Frequency response Analysis에만 적용됨(모드법에서만 사용 가능)
- 모드법인 경우 매우 유용하며 고유주파수 사이에 결과 추출점 분포
- Bias Factor를 1보다 크게 하면 공진부근에서 좀더 조밀해짐

주파수 세트

이름: 추가

주파수 리스트

방법: 클러스터 수정 삭제

하한값: 0 [Cycle]/sec

상한값: 0 [Cycle]/sec

보간유형: ☒ 선형 ☐ 로그형

모드들 사이의 포인트: 10

클러스터링 (Bias Factor): 1

번호 | 이름 | 방법

1.0 : 등간격으로 출력

0.25: 가운데 쏠림

4.0 : 시작/끝 쏠림

관심 주파수의 하한값을 입력

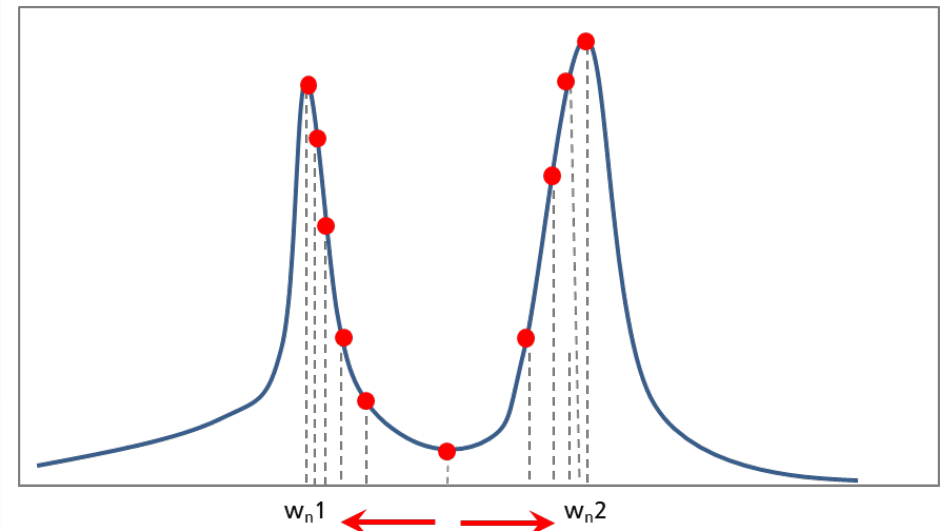
관심 주파수의 상한값을 입력

하한값과 상한값 사이 영역의 고유진동수 출력

고유진동수 사이의 결과 출력 방법 정의

- 선형: 고유진동수 사이 일정 간격
- 로그형: 고유진동수 사이 로그 간격

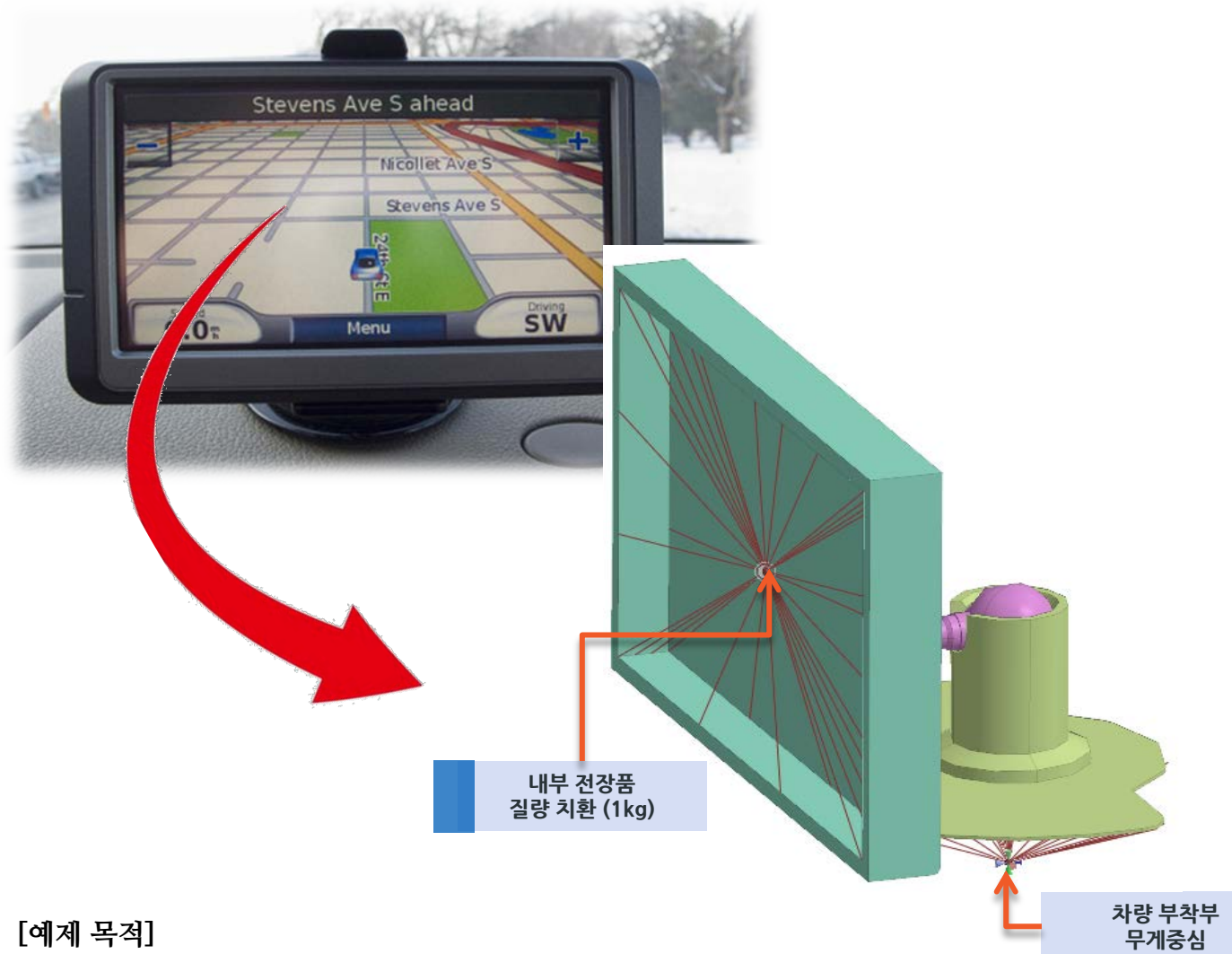
고유진동수 사이 출력 개수



주파수 응답 해석 따라하기

주파수응답해석 따라하기

모니터 - STEP 00



[예제 목적]

모드 해석을 통한 고유 진동수 확인 및, 질량참여율에 대한 개념의 이해와 적용 방법 학습합니다.
주파수응답해석의 셋팅 방법 및 결과 분석 기준 학습합니다.

주파수응답해석 따라하기

모니터 - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
- ② [모드해석] 클릭
- ③ [확인] 클릭
- ④ [해석 케이스] 클릭
- ⑤ [주파수응답해석] 클릭
- ⑥ [모드법] 클릭
- ⑦ [확인] 클릭



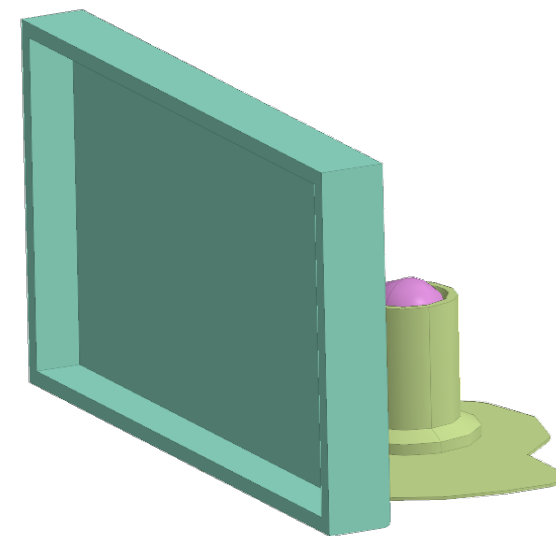
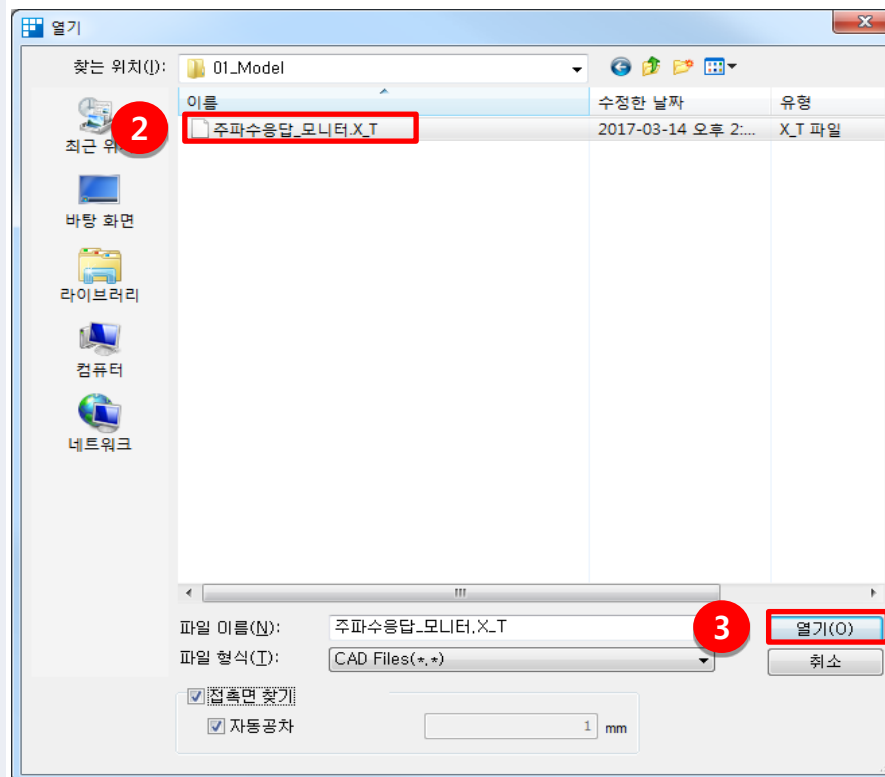
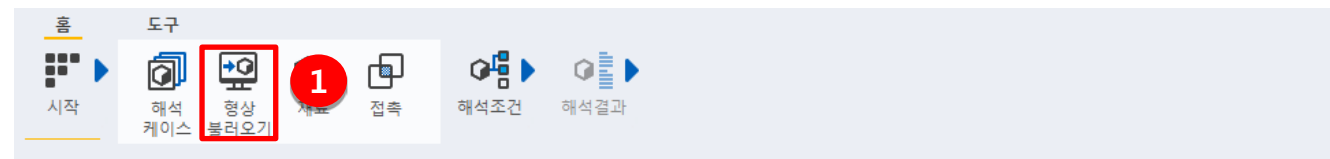
[주파수 응답해석]

주파수 영역에서 수행되는 해석방법으로, 구조물에 조화 하중이 작용하는 경우에 구조물의 응답을 계산하는 해석입니다. 주파수 응답 해석은 구조물에 작용하는 작동 하중에 대한 응답을 정량적으로 평가할 수 있으며, 그에 따른 구조물의 동적 특성을 명확하게 분석할 수 있는 해석 기법입니다.

주파수응답해석 따라하기

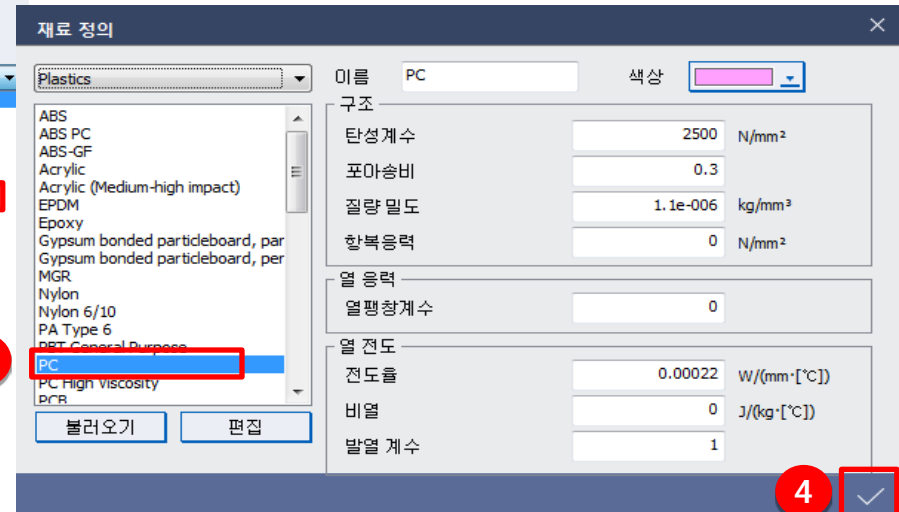
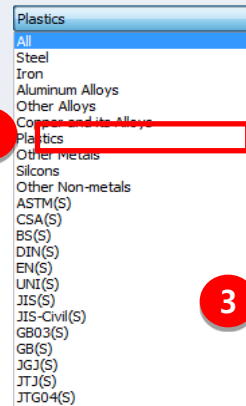
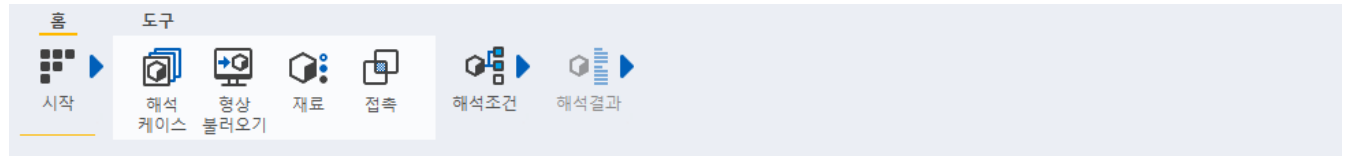
모니터 - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [주파수응답_모니터.X_T] 클릭
- ③ [열기] 클릭



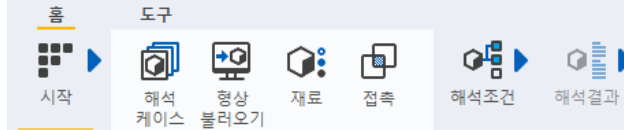
모니터 - STEP 03

- ① 모델 창 → 재료 우클릭추가 → 클릭
- ② 재료 카테고리 → Plastic 클릭
- ③ PC 선택
- ④ [확인] 클릭



모니터 - STEP 04

- ① 그림을 참고하여 모니터와 받침대(2파트)는 PC 재질로 설정
- ② 그림을 참고하여 연결 부위(2파트)는 Alloy Steel로 정의

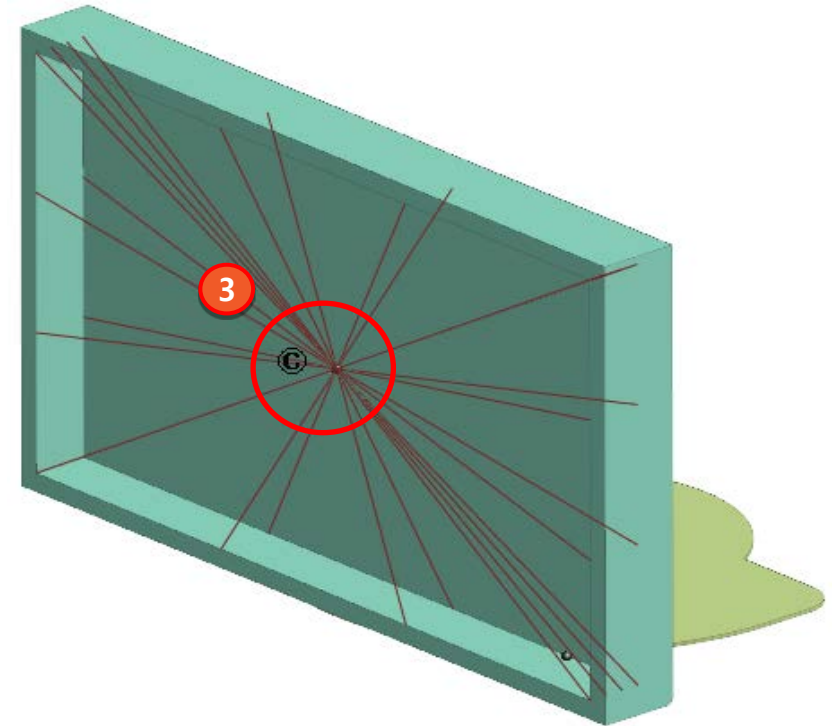
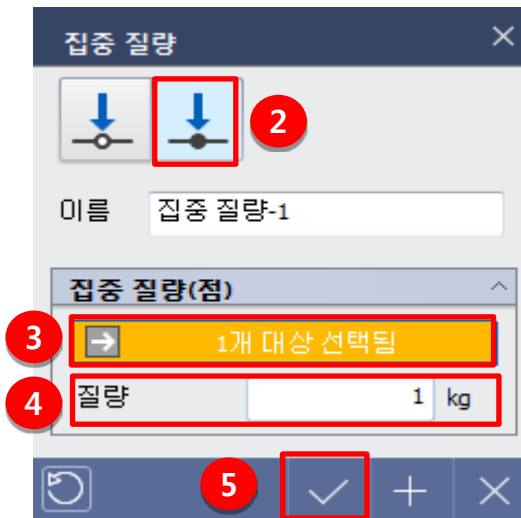
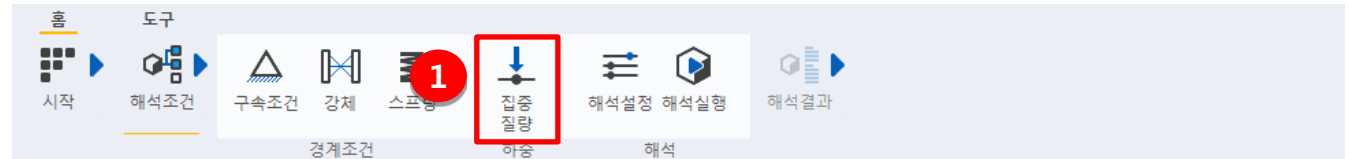


파트 별 재질을 선택하는 방안은 아래와 같이 2가지 방안이 존재합니다.

1. 재료 정의 목록에서 파트 선택 후 재질 정의
2. 지오메트리에서 파트 클릭 후 재질 정의

모니터 - STEP 05

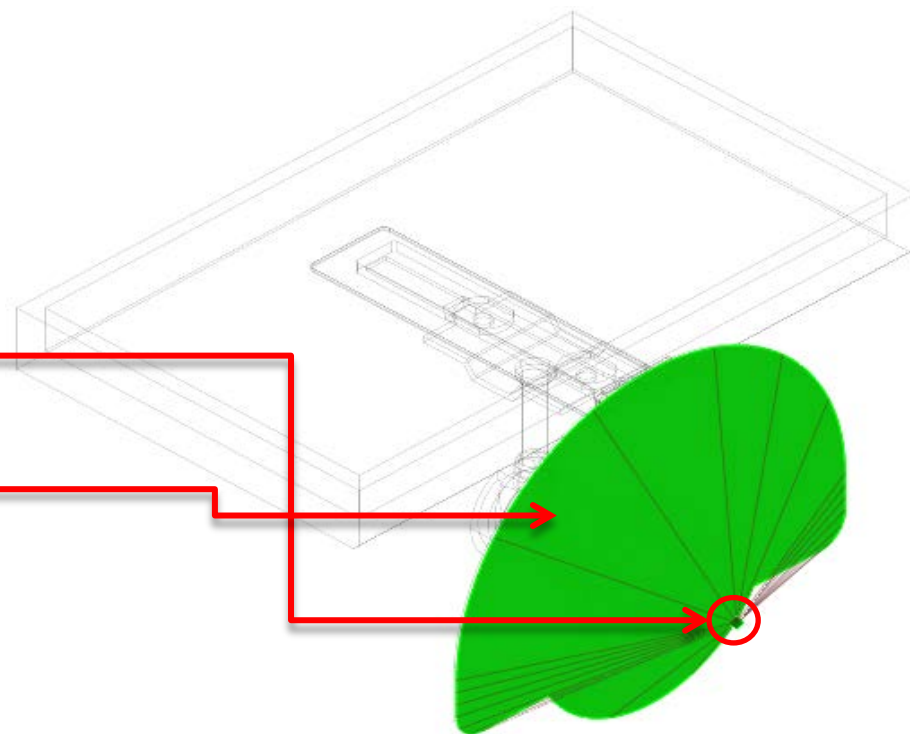
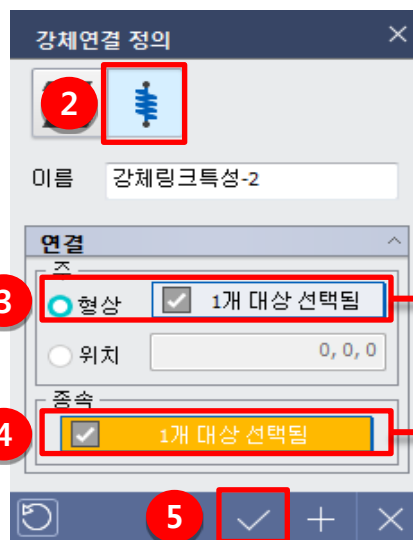
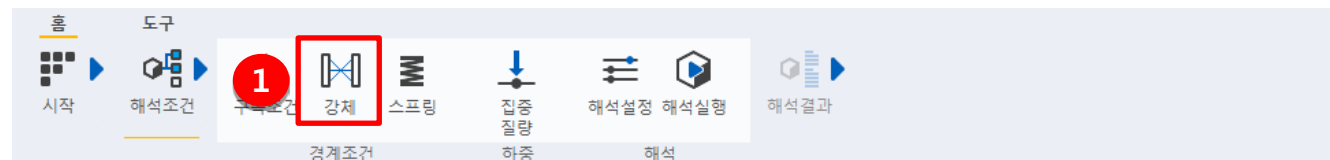
- ① [집중 질량] 클릭
- ② 점 집중 질량 클릭
- ③ 강체의 중심점 선택
- ④ 질량 값 1kg 입력
- ⑤ [확인] 클릭



주파수응답해석 따라하기

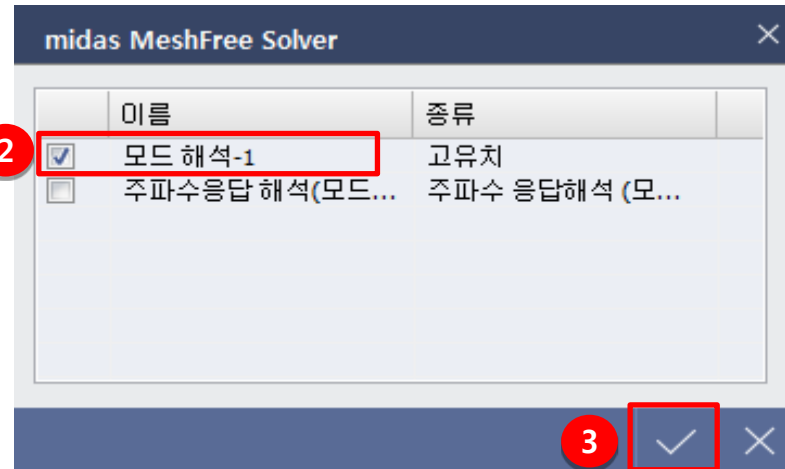
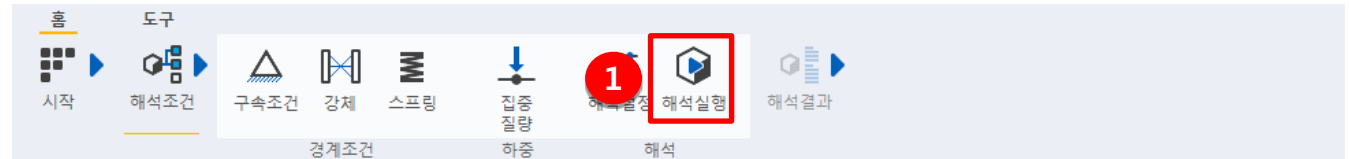
모니터 - STEP 06

- ① [강제] 클릭
- ② 점 입력 클릭
- ③ 그림을 참고하여 주 형상(점) 클릭
- ④ 그림을 참고하여 종속 형상(면) 클릭
- ⑤ [확인] 클릭



모니터 - STEP 07

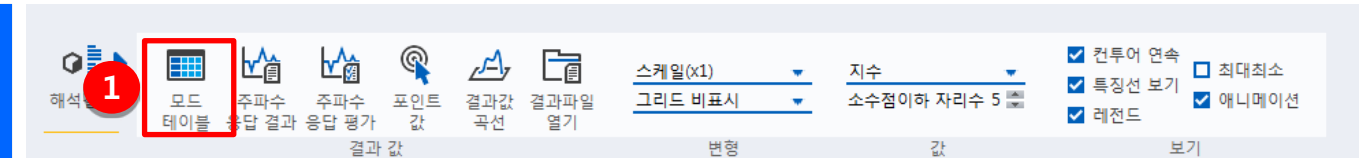
- ① [해석 실행] 클릭
- ② 모드 해석 선택
- ③ [확인] 클릭



주파수응답해석 따라하기

모니터 - STEP 08

- ① “모드 테이블” 클릭
- ② 모드 유효질량 백분율 확인
- ③ 질량 참여율의 합계가
T1,T2,T3 각각 80% 이상의
값을 가지는 모드 차수를 선정



모드 테이블

모드수	고유치	비교치	사이클수	주기	유효 질량	유효 질량	적응성 수치	오차
1	1.2091e+005	3.4770e+002	5.5338e+001	1.8073e-002	1.0000e+000	1.2091e+005	0.0000e+000	1.1932e-006
2	1.3398e+005	3.6603e+002	5.8256e+001	1.7166e-002	1.0000e+000	1.3398e+005	0.0000e+000	5.9655e-007
3	7.1634e+005	8.4637e+002	1.3470e+002	7.4237e-003	1.0000e+000	7.1634e+005	0.0000e+000	1.1986e-005
4	1.2363e+006	1.1113e+003	1.7919e+002	5.6514e-003	1.0000e+000	1.2363e+006	0.0000e+000	3.1857e-008
5	3.3640e+006	1.8241e+003	2.9191e+002	3.4257e-003	1.0000e+000	3.3640e+006	0.0000e+000	3.5822e-008
6	9.0617e+006	3.0505e+003	4.7930e+002	2.0873e-003	1.0000e+000	9.0617e+006	0.0000e+000	8.0144e-008
7	4.7905e+007	6.8924e+003	1.0970e+003	9.1161e-004	1.0000e+000	4.7905e+007	0.0000e+000	1.6110e-008
8	5.7932e+007	7.6113e+003	1.2114e+003	8.2551e-004	1.0000e+000	5.7932e+007	0.0000e+000	7.4256e-009
9	1.1113e+008	1.0540e+004	1.8778e+003	5.9601e-004	1.0000e+000	1.1113e+008	0.0000e+000	5.7970e-009
10	1.2404e+008	1.1138e+004	1.7726e+003	5.6415e-004	1.0000e+000	1.2404e+008	0.0000e+000	7.0423e-009

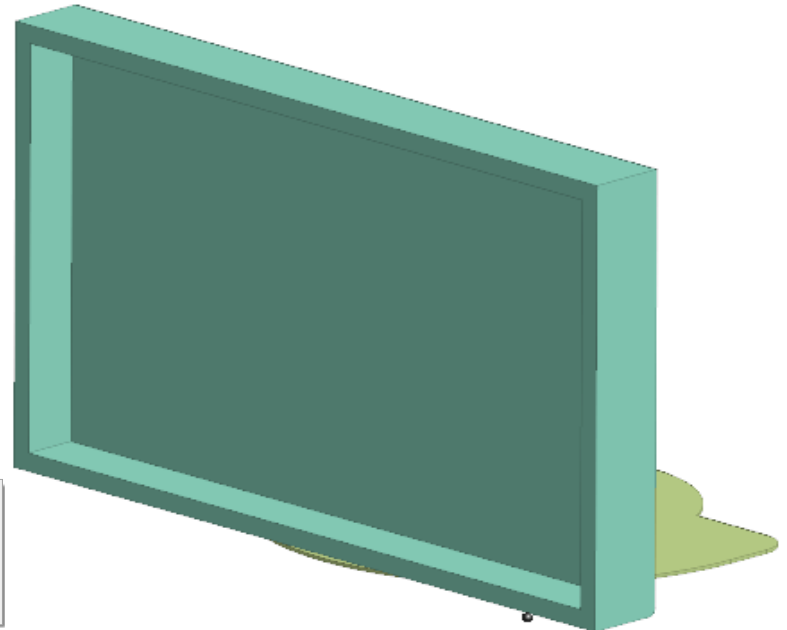
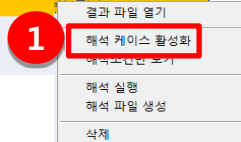
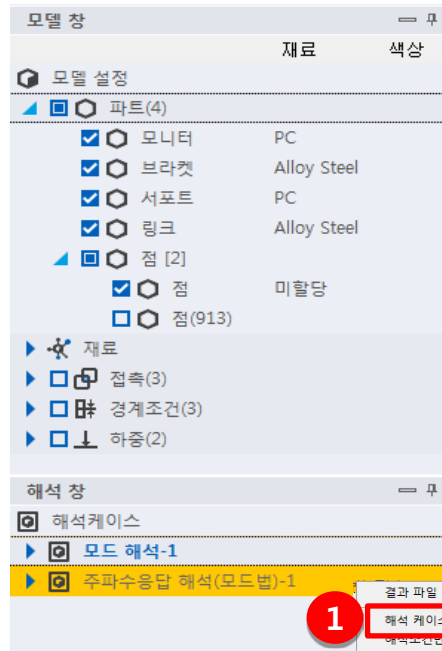
모드수	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	1.0954e-003	8.1124e-009	5.0904e-009	1.2482e-006	1.6739e-001	8.6643e-002
2	1.2424e-008	7.2105e-004	4.4920e-004	1.1268e-001	2.0633e-006	6.7549e-007
3	1.2948e-007	9.2126e-011	4.6939e-010	1.4926e-009	2.2977e-001	7.6023e-001
4	8.9067e-012	5.1126e-004	3.3656e-004	1.6849e-004	2.7129e-008	4.3817e-007
5	2.0205e-004	5.1504e-012	2.9453e-011	4.6003e-010	4.9644e-010	4.9644e-010
6	7.8446e-012	2.1632e-009	1.3607e-004	3.3574e-001	1.6139e-009	1.6139e-009
7	3.4367e-005	4.4322e-011	0.0000e+000	1.6569e-007	1.8135e-009	1.8135e-009
8	1.0097e-010	1.9063e-009	9.5497e-006	1.9912e-002	5.3478e-009	5.3478e-009
9	1.1117e-007	1.3046e-012	0.0000e+000	2.9460e-009	8.2781e-009	8.2781e-009
10	1.6032e-012	2.4970e-008	1.1022e-006	3.2247e-001	9.2305e-009	9.2305e-009
총합	1.3330e-003	1.2735e-003	1.3326e-003	4.7234e-001	1.0760e-009	1.0760e-009

모드 유효질량 백분율

모드수	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	80.89%	0.00%	0.00%	0.00%	14.35%	7.10%
2	0.00%	53.25%	33.18%	12.87%	0.00%	0.00%
3	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	19.70%	62.29%
4	0.00%	37.76%	54.39%	0.09%	0.00%	0.00%
5	14.92%	0.00%	0.00%	0.00%	42.57%	20.71%
6	0.00%	1.60%	10.05%	38.35%	0.00%	0.00%
7	2.54%	0.00%	0.00%	0.00%	15.57%	2.20%
8	0.00%	1.41%	0.71%	2.28%	0.00%	0.00%
9	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.07%	0.01%
10	0.00%	0.18%	0.08%	0.37%	0.00%	0.00%
총합	98.36%	94.19%	98.40%	53.96%	92.26%	92.30%

모니터 - STEP 09

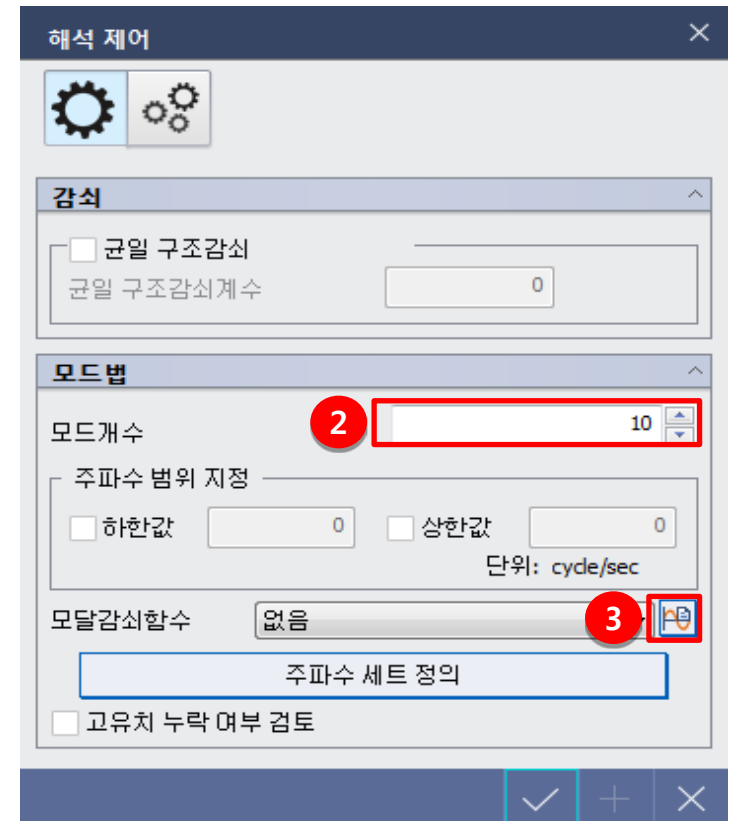
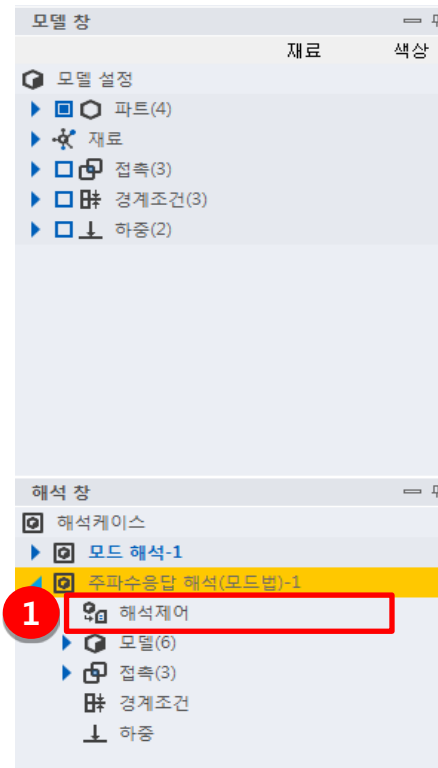
- ① 해석 창 → 주파수응답 해석 케이스 활성화 클릭



주파수응답해석 따라하기

모니터 - STEP 10

- ① 주파수응답 해석 ☐ 해석제어 더블 클릭
- ② 모드개수 10개 지정
- ③ 모달감쇠함수 생성 클릭



주파수응답해석 따라하기

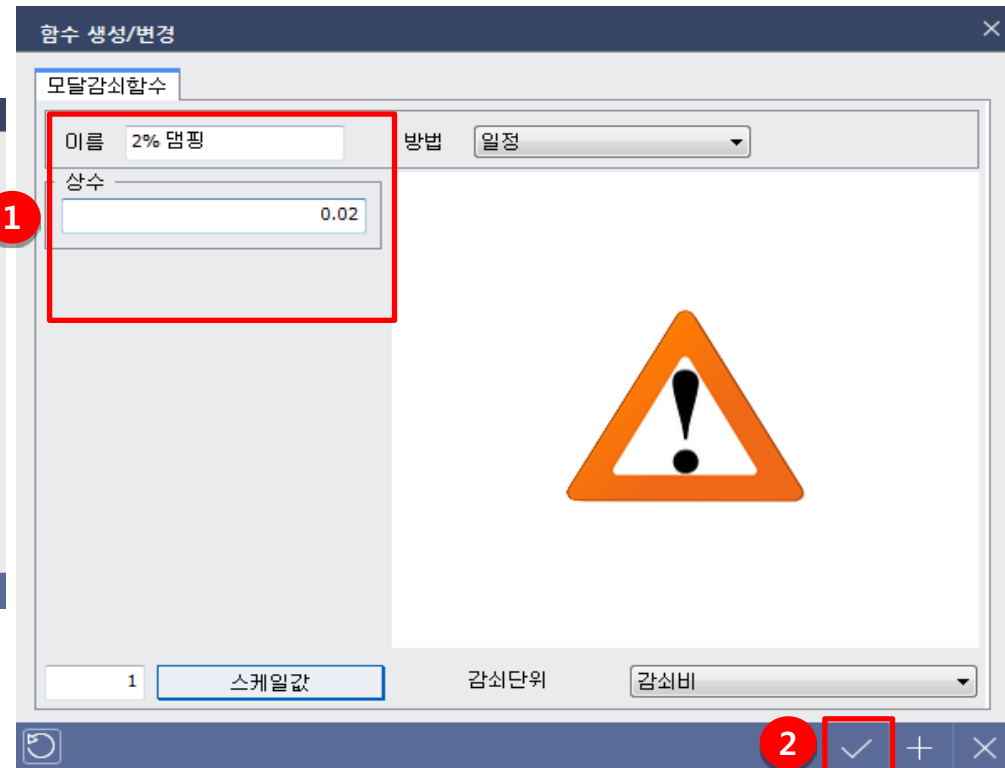
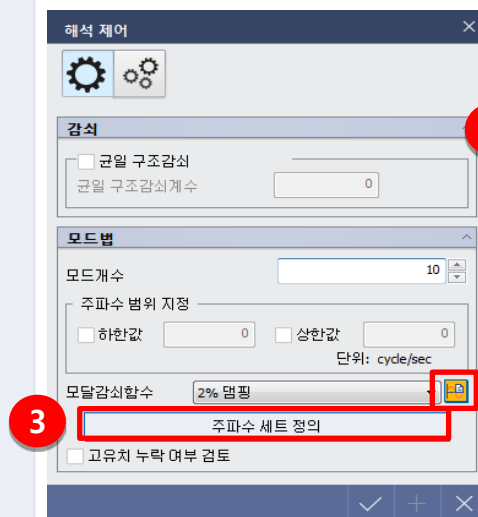
모니터 - STEP 11

① 아래의 함수 데이터 입력

이름	2% 댐핑
상수	0.02

② [확인] 클릭

③ [주파수 세트 정의] 클릭



주파수응답해석 따라하기

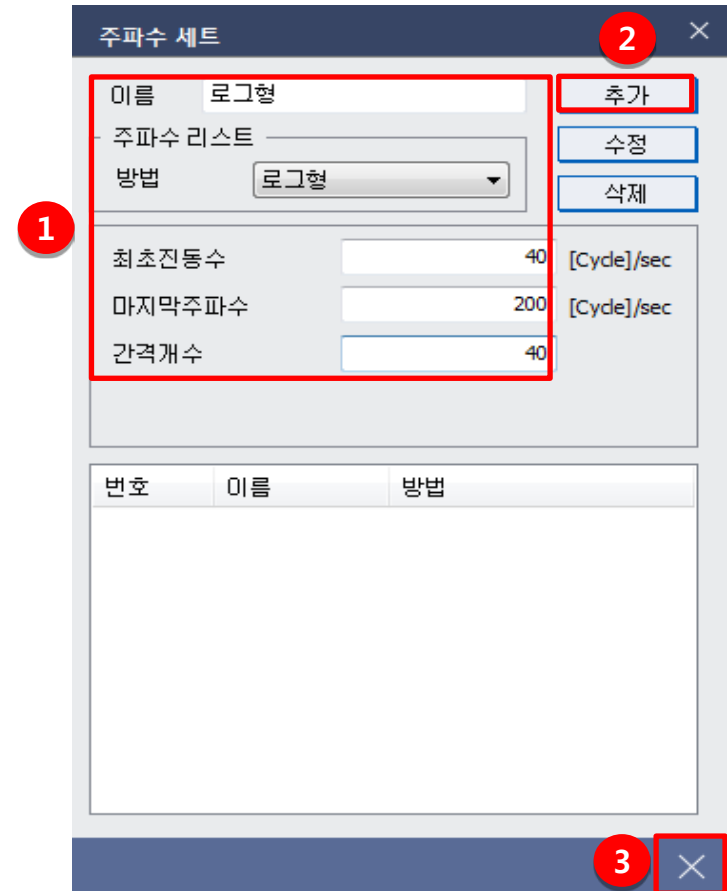
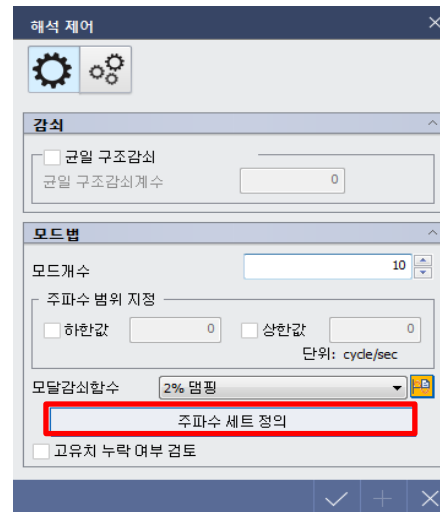
모니터 - STEP 12

① 아래 주파수 세트 데이터 입력

이름	로그형
방법	로그형
최초진동수	40
마지막주파수	200
간격개수	40

② [추가] 클릭

③ [닫기] 클릭



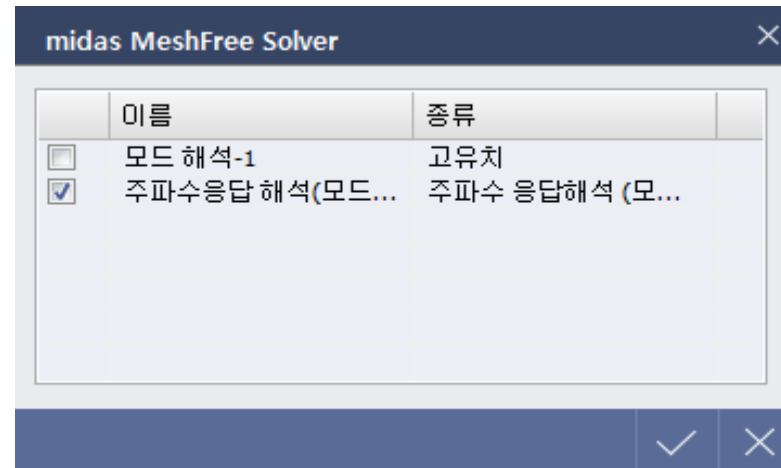
모니터 - STEP 13

방안 1

- ① 해석조건 탭에서 [해석실행] 클릭

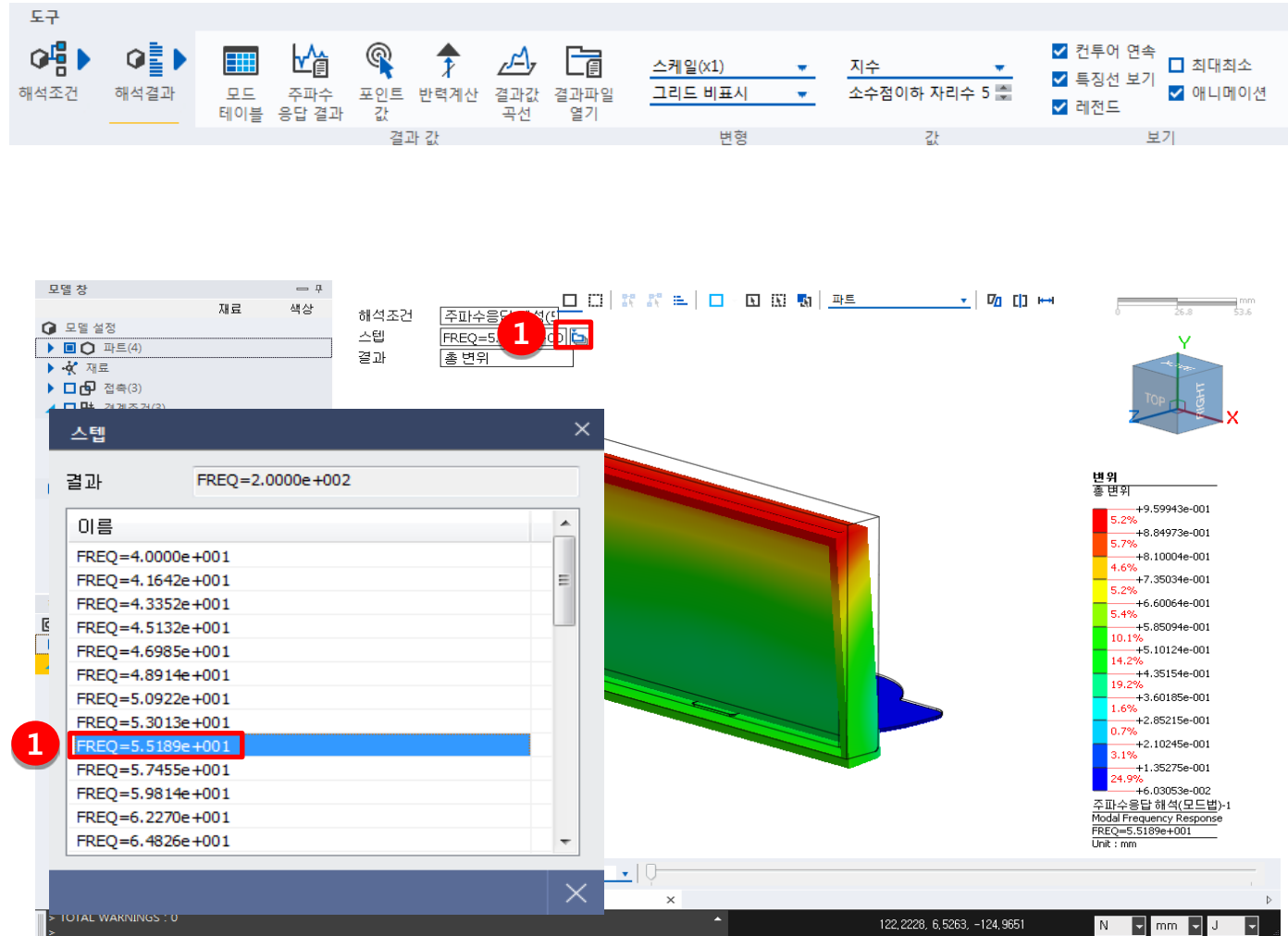
방안 2

- ① 해석 창에서 해당하는 해석케이스 마우스 우클릭
- ② 해석실행 클릭



모니터 - STEP 14

- ① 스텝 결과 확인 클릭
- ② 모드 결과에서 55.2Hz에서 Y 축 방향 고유진동수가 발생하였으며, 해당 위치에서 공진이 발생



도구

해석조건 해석결과 모드 테이블 주파수 응답 결과 포인트 값 반력계산 결과 값 결과값 곡선 결과파일 열기

스케일(x1) 그리드 비표시 지수 소수점이하 자리수 5

컨투어 연속 특징선 보기 레전드 최대최소 애니메이션

모형 창 재료 색상 해석조건 주파수응답해석(가) 스텝 결과 총 변위

STEP

결과 FREQ=2.0000e+002

이름

FREQ=4.0000e+001
FREQ=4.1642e+001
FREQ=4.3352e+001
FREQ=4.5132e+001
FREQ=4.6985e+001
FREQ=4.8914e+001
FREQ=5.0922e+001
FREQ=5.3013e+001
FREQ=5.5189e+001
FREQ=5.7455e+001
FREQ=5.9814e+001
FREQ=6.2270e+001
FREQ=6.4826e+001

변위
총 변위

5.2%	+9.59943e-001
5.7%	+8.84973e-001
4.6%	+8.10004e-001
5.2%	+7.35034e-001
5.4%	+6.60064e-001
10.1%	+5.85094e-001
14.2%	+5.10124e-001
19.2%	+4.35154e-001
1.6%	+3.60185e-001
0.7%	+2.85215e-001
3.1%	+2.10245e-001
24.9%	+1.35275e-001
	+6.03053e-002

주파수응답 해석(모드법)-1
Modal Frequency Response
FREQ=5.5189e+001
Unit : mm

TOTAL WARNINGS : 0

122,2228, 6,5263, -124,9651 N mm J

응답 스펙트럼 해석

응답스펙트럼(Response Spectrum)해석은 과도적인 가진력이 가해지고 있는 대형 구조 물의 최대 응답을 대략적으로 구하는 해석으로 과도 응답 해석의 한 변형이라고 할 수 있습니다. 건설 분야에서는 지진에 의한 빌딩 내부 각 부위의 최대 응답 예측에 응용되고, 항공 산업 분야에서는 비행기에 충격 하중이 가해질 때의 비행기 내부 각 장비의 최대 응답을 예측하는데 사용됩니다. 특히 지진에 의한 구조물의 응답을 평가하기 위한 방법 중 하나로 내진설계 시 사용하는 가장 보편화된 해석방법입니다.

응답스펙트럼 해석은 다자유도 시스템을 단일자유도 시스템의 복합체로 가정하여 미리 수치적분 과정을 통해 계산된 임의의 주기(또는 진동수) 영역내의 최대 응답치에 대한 스펙트럼(가속도, 속도, 변위 등)을 이용하여 조합 해석하는 방법으로 스펙트럼을 생성하는 과정과 이를 이용하여 전체적인 응답을 구하는 과정으로 이루어집니다. 최대응답은 미리 정의된 스펙트럼 함수에 상응하는 모드 별 응답에 모드 참여율을 고려한 모드조합으로 평가됩니다. 여기서, 모드 별 최대응답의 동시성은 고려하지 않고 모드 별 응답의 최대값을 조합방법을 통하여 최대 응답을 계산하기 때문에 응답스펙트럼 해석결과 는 과도응답 해석에 대한 근사해라고 볼 수 있습니다. 따라서, 스펙트럼 함수를 특정 가진 가속도 혹은 특정 지진파에 대해서 정의한다면 응답스펙트럼 해석의 결과는 해당 입력 가속도에 대한 선형 과도응답 해석결과와 근사 최대 값을 얻을 수 있습니다.

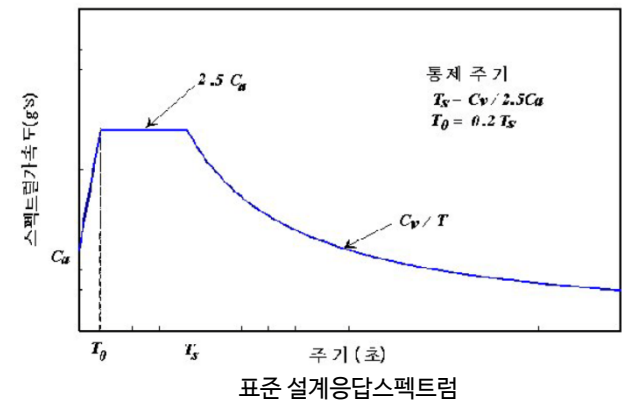
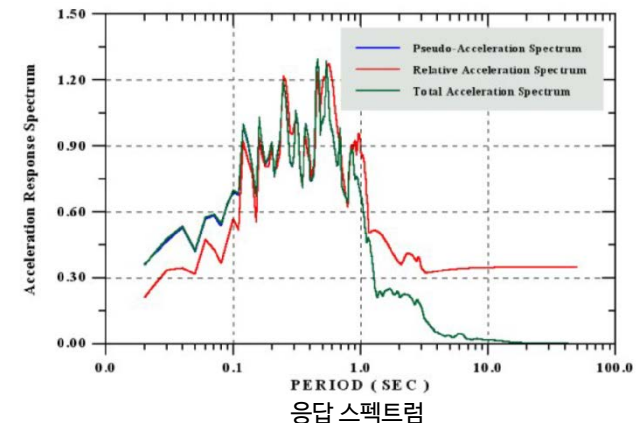
하지만, 특정지역이나 국가에 발생한 역사 지진파를 통계하여 만들어진 설계 응답스펙트럼을 사용하여 내진설계를 위한 해석 결과를 얻는 경우가 더 일반적입니다. 해석 시에는 기본적으로 동적 거동에 있어서 가장 큰 거동을 일으키는 조건은 구조물이 갖고 있는 고유진동수와 일치하는 가진주파수로 가진되는 경우라는 가정이 들어가게 되며, 최대 응답으로부터 전체적인 응답을 조합하는 방법으로는 SRSS(Square Root Of The Sum Of The Squares)법, ABS(Summation Of The Absolute Value)법, NRL(U.S.Naval Response Lab Shock Design Modal Summation)법, CQC(Complete Quadratic Combination Method)법, TENP(Ten Percent Method)법을 사용할 수 있습니다.

응답스펙트럼 해석법이 폭넓게 활용되고 있지만 아직까지는 과도응답 해석에 대한 근사치 해석이며 내진 설계의 도구 역할로 사용되고 있습니다. 기존의 과도 응답 해석 대비 장점은 한 번의 계산으로 입력 하중 주파수 범위의 모든 영역을 표현하기 위해 충분한 모드(mode)를 얻을 수 있는 높은 효율성에 있습니다. 반면 지진파의 직접 입력이 아닌 스펙트럼 데이터

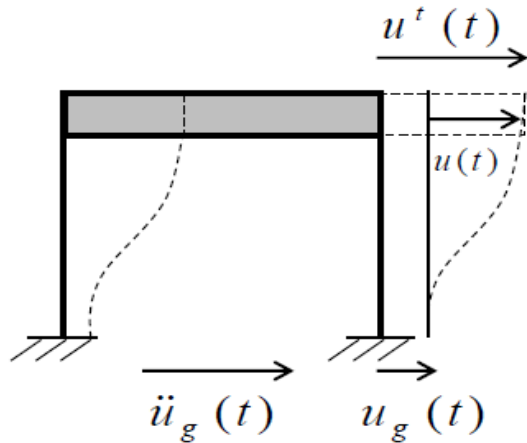
를 사용해야 하기 때문에 하중 입력이 직관적이지 않으며 최대결과만 출력되기 때문에 시간에 따른 구조물의 거동 이력을 확인하기 어렵고 결과의 정확도에 대한 신뢰성이 높지 않다는 것이 단점이라 할 수 있습니다.



지진에 의한 피해 사례



응답 스펙트럼 해석 기본 이론



전체변위 = 지반의 변위 + 구조물의 변위

$$u^t(t) = u_g(t) + u(t)$$

구조물의 변위(상대변위) = 전체변위 - 지반의 변위

$$u(t) = u^t(t) - u_g(t)$$

• 운동방정식

$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g)(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0$$



$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t)$$

지진 하중은 지반가속도를 통해서 접근...

→ 지진계에서 측정되는 것은 **지반의 가속도**이므로!

상기 운동방정식에서 구조물의 질량과 변위는 주어지며, 지반의 가속도 또한 지진계로부터 측정된다.

그러므로 모르는 변수는 없다! 😊

$-m\ddot{u}_g(t) = \text{구조물의 질량} \times \text{지진가속도}$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t)$$



$$\ddot{u}(t) + 2\zeta w\dot{u}(t) + w^2 u(t) = -\ddot{u}_g(t)$$

→ 고유진동수, 감쇠비, 지반가속도에 의해 지진응답 결정!

✓ 상기 방정식을 통해서 알아 낼 수 있는것?

같은 고유진동수와 같은 감쇠비를 갖고 있는 구조물에 같은 지반가속도가 가해지면 지진응답이 같아진다.

예제) A 구조물 : 질량이 300, 강성이 100

B 구조물 : 질량이 3, 강성이 1

→ 같은 지반가속도

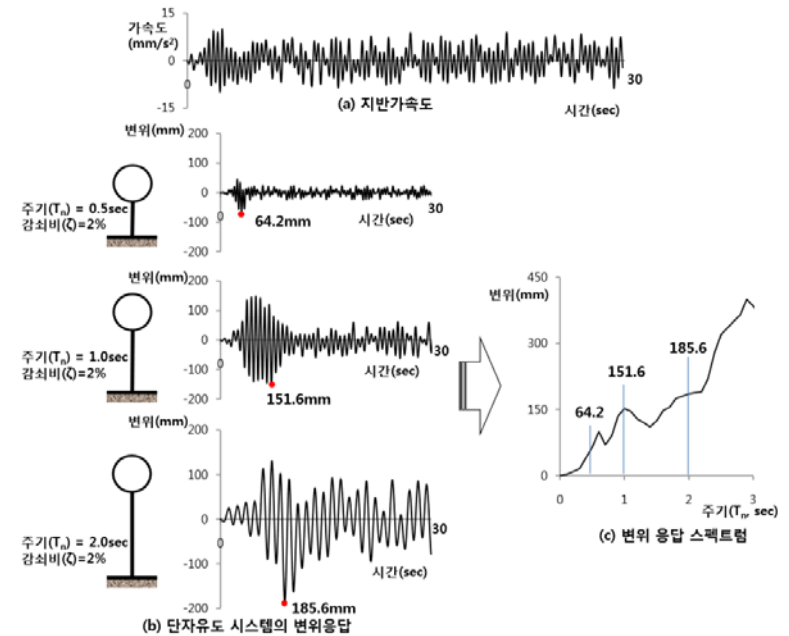
같은 지진응답 발생

다양한 진동수와 감쇠율에 대한 지진응답을 미리 알고 있다면 이것을 이용하여 최대 지진 응답을 알아 낼 수 있으므로 내진 설계를 위해 일일이 지진해석을 수행할 필요 없음!!!



구조물에 가해지는 동하중에 의한 응답 물리량의 최고치를 고유주기 또는 고유각진동수나 고유진동수의 함수로 나타낸 것으로서 변위 응답스펙트럼, 유사속도 응답스펙트럼, 유사가속도 응답스펙트럼으로 나타낼 수 있습니다.

변위 응답스펙트럼은 다자유도 구조물을 단자유도 구조물로 만든 후 동하중을 가하여 각각의 고유주기에 대한 최대응답을 얻은 후, 이 값들을 연결하는 방법으로 구할 수 있으며 고정된 감쇠비(ζ)에 대한 최대 변위를 주기 함수의 그래프로 나타내게 됩니다. 이렇게 얻어진 변위 응답스펙트럼은 최고 변위값과 내력을 계산하는 데 필요한 모든 정보를 제공하게 되므로 응답스펙트럼 해석에서 구조물에 적용되는 하중 함수로서의 역할을 하게 됩니다. 우측의 그림은 감쇠비(ζ)가 2%인 단자유도 시스템에 대하여 고유 주기에 따른 최대응답 반응과 이를 이용한 변위 응답스펙트럼 생성에 대한 예시를 나타냅니다. 그림 (a)에 도시한 지반가속도에 의해 서로 다른 3가지 주기의 단자유도 시스템에 유발된 시간에 따른 변위응답이 (b)와 같이 주어지게 되고, 이 변위응답의 최대값은 각 시스템의 변위응답스펙트럼 상의 한 점을 제공하게 됩니다. 이와 같이 감쇠비(ζ)를 일정하게 유지하고 주기를 변화시켜 가며 계산을 반복하여 각 주기마다 계산된 응답반응의 최대치를 연결하면 그림 (c)와 같은 응답스펙트럼 곡선을 얻게 됩니다. 구조물의 완전한 응답스펙트럼은 여러 값의 감쇠비에 대한 스펙트럼 곡선으로 구성됩니다.



유사속도 및 유사가속도

•속도와 가속도의 상관 관계

$u = A \sin \omega t$ 구조물의 변위가 조화함수 형태로 변한다고 가정

$$\dot{u} = A \omega \cos \omega t$$

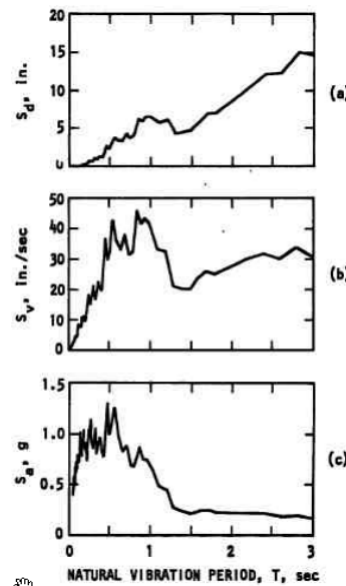
$$\ddot{u} = A \omega^2 \sin \omega t$$

• 유사속도 및 가속도

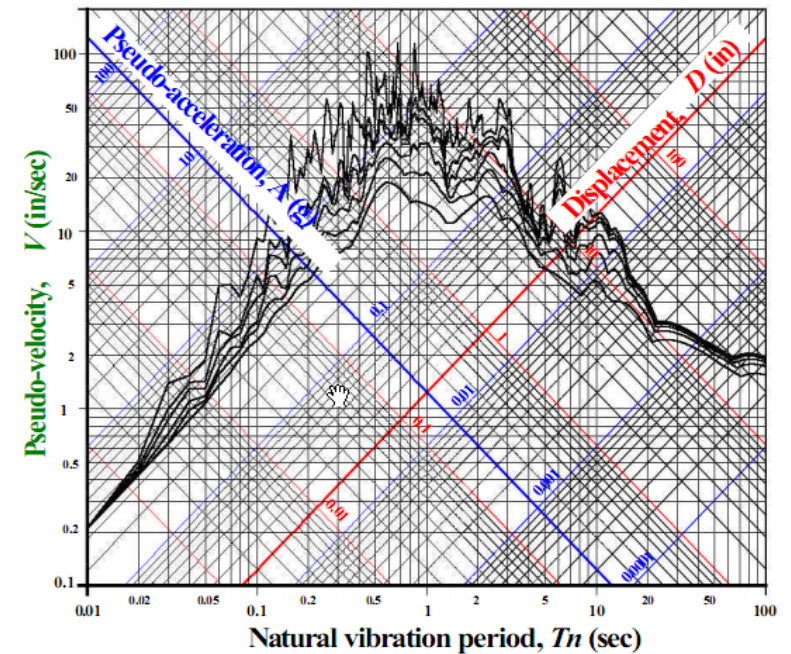
$$u_{\max} = S_d$$

$$S_v (= \dot{u}_{\max}) = \omega S_d = \frac{2\pi}{T} S_d$$

$$S_a (= \ddot{u}_{\max}) = \omega^2 S_d = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 S_d$$

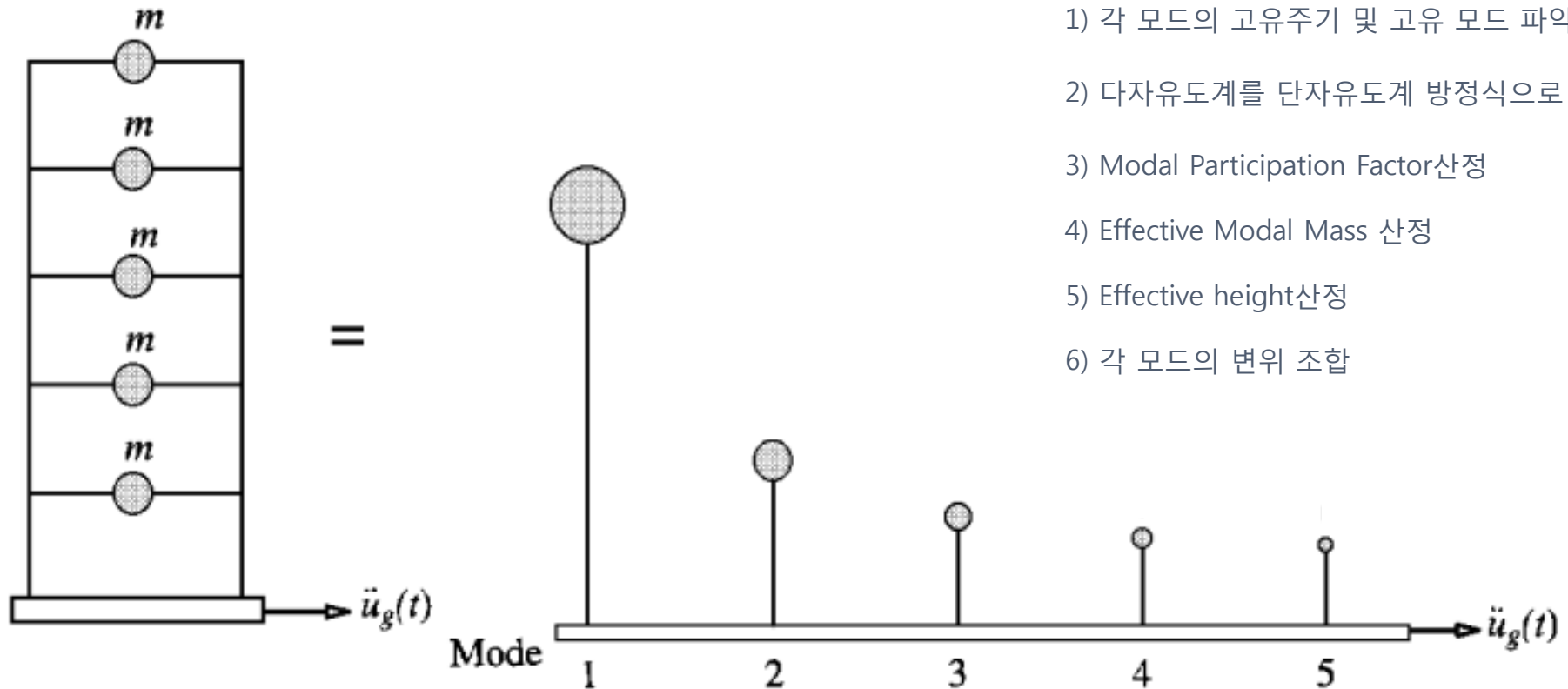


응답스펙트럼 ($\xi=0.02$)
El Centro S00°E (1940)



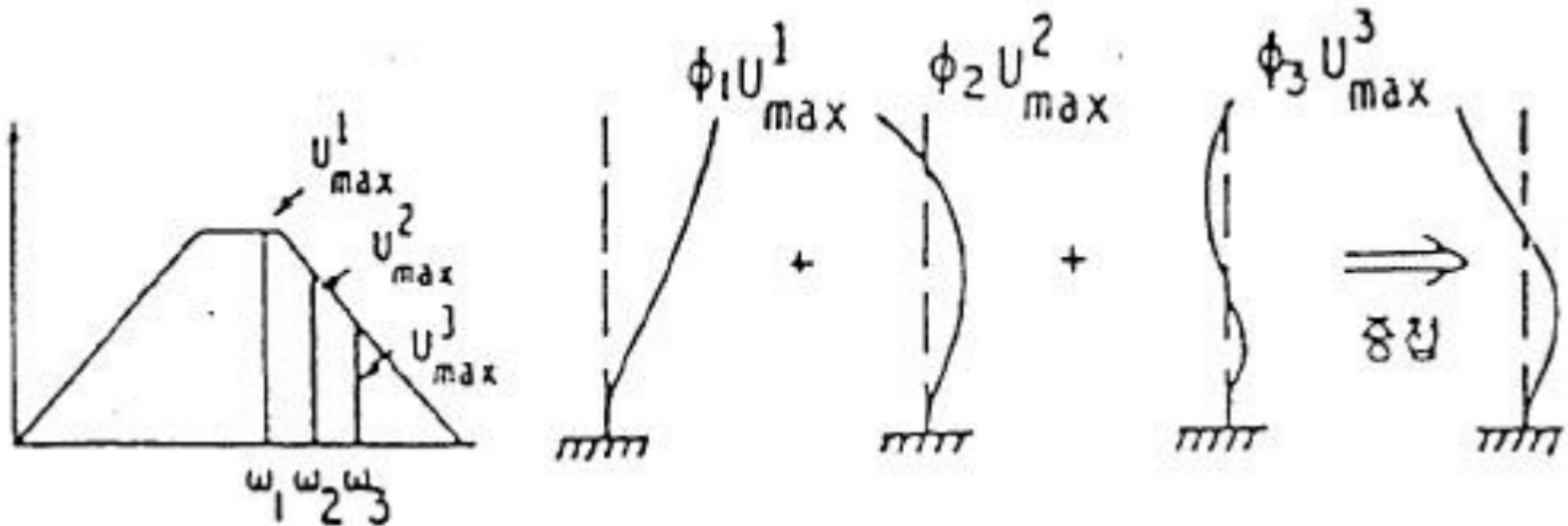
모드 중첩법에 의한 다자유도 물체 해석

다자유도계 미분방정식을 n개의 단자유도계 방정식으로 분리하여 중첩



- 1) 각 모드의 고유주기 및 고유 모드 파악
- 2) 다자유도계를 단자유도계 방정식으로 분리
- 3) Modal Participation Factor 산정
- 4) Effective Modal Mass 산정
- 5) Effective height 산정
- 6) 각 모드의 변위 조합

모드 중첩법에 의한 다자유도 물체 해석



$$u_{\max} = \sqrt{(\phi_1 q_{p1,\max})^2 + (\phi_2 q_{p2,\max})^2 + \dots + (\phi_n q_{pn,\max})^2}$$

모드별 최대 물리량(변위, 응력, 부재력, 반력 등의 각 성분별 최대값)을, 실제 물리량의 최대값이 각 모드의 최대값의 합이라고 가정한다면 각 모드의 최대값을 더하면 되겠지만, 각 모드의 최대값이 동일한 시간스텝에 발생한다는 보장이 없기 때문에 단순 선형중첩만으로는 모드별 최대값에서 실제물리량의 최대값을 표현하기에는 무리가 있습니다.

따라서, 근사적으로 최대값을 평가할 수 있는 모드조합 방법의 도입이 필요합니다. 모드 간의 간섭 특성이나 감쇠의 영향 등을 고려한 여러 가지 모드조합 방법이 제안되었지만 모든 경우에 대해서 적절한 근사값을 주는 방법은 없기 때문에 제안된 여러 가지 모드조합 방법들의 특성을 잘 파악할 필요가 있습니다.

ABS (Summation of the absolute value method)

- 모든 모드별 응답이 동일한 위상을 가진다는 가정
- 모드별 절대 최대값이 모두 동일한 시간에 발생한다고 가정
- 각 모드별 응답에 대하여 절대값을 취하고 모두 합산
- 부호의 영향을 무시하고 절대값을 합산하므로 실제 응답보다 과대 평가됨 (보수적인 결과)
- 현재는 거의 적용하지 않음

$$R_{\max} = \sum_{i=1}^N |R_i^{\max}|$$

SRSS (Square root of sum of squares method)

- 각 모드별 응답을 제곱하여 더하고 제곱근을 취함
- 내진설계에서 가장 많이 사용되는 방법
- 각 모드가 충분히 분리되어 있는 경우 합리적 결과 제공
- 구조물의 특성에 따라 응답이 과소 또는 과대 평가
- 대부분 합리적인 결과를 도출해 주는 방법

$$R_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_i^{\max})^2}$$

NRL (Naval research laboratory method)

- 대상 방법은 SRSS방법에서 절대 최대값을 가지는 모드 하나를 분리한 형태임
- SRSS방법과 마찬가지로, 모드가 분리되어 있는 경우 적합

$$R_{\max} = |R_m^{\max}| + \sqrt{\sum_{i \neq m}^N (R_i^{\max})^2}$$

TENP (TEN Percent method)

- 대상 방법은 SRSS방법에 인접한 주파수의 모드들에 대한 영향을 포함시킨 방법
- 두 모드의 주파수가 다음 식을 만족하면 두 모드가 주파수 10% 이하로 인접해 있다고 판단

$$\frac{\omega_i - \omega_j}{\omega_i} \leq 0.1$$

$$R_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_i^2 + 2 \sum_{j=1}^{i-1} |R_i R_j|)}$$

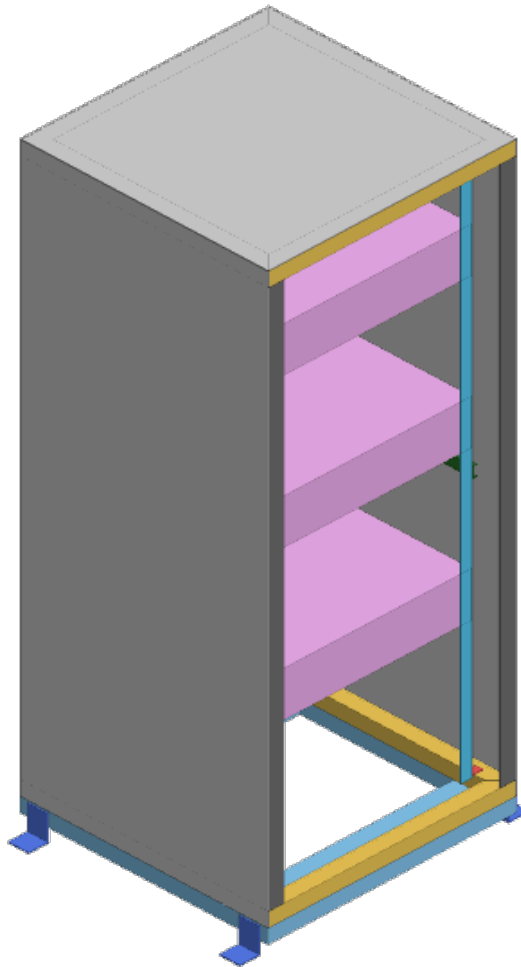
CQC (Complete quadratic combination method)

- 모드 간의 확률적인 상관도를 고려하기 위한 방법
- 각 모드별로 상관계수를 모드별 감쇠비와 모드간 진동수비를 이용하여 산정
- 각 모드별로 곱한 후에 제곱근을 취하여 구하는 방식
- CQC방법에서 모드별 감쇠비가 0이면 모드별 상관계수는 0이 되므로 SRSS방법과 동일함

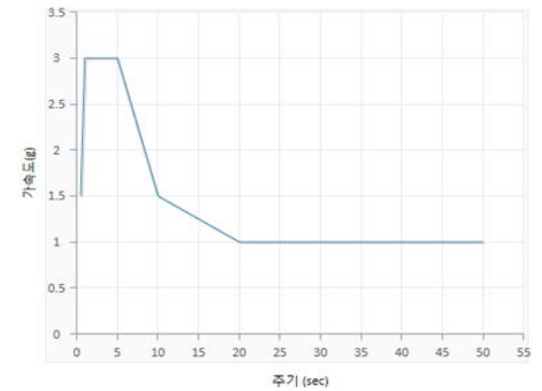
$$R_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i R_i \rho_{ij} R_j}$$

응답스펙트럼해석 따라하기

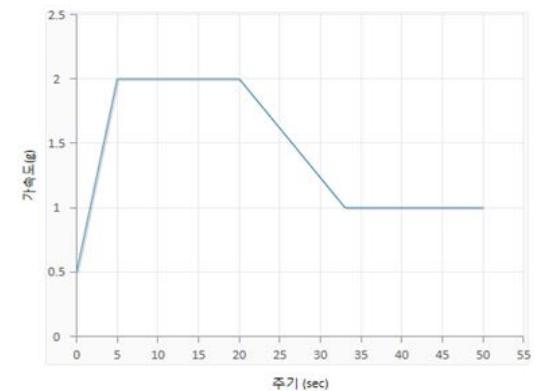
캐비닛 - STEP 00



수직방향 지진하중의 응답스펙트럼, 3%



수평방향 지진하중의 응답스펙트럼, 3%



[예제 목적]

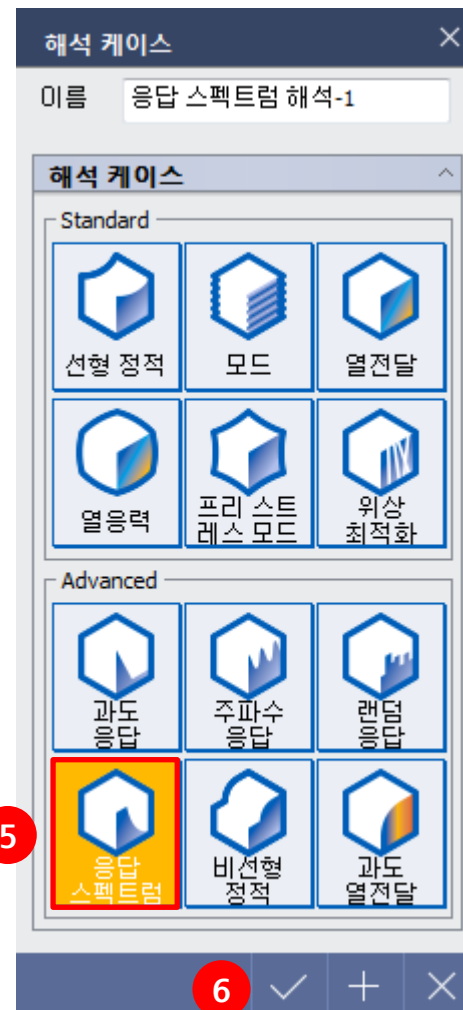
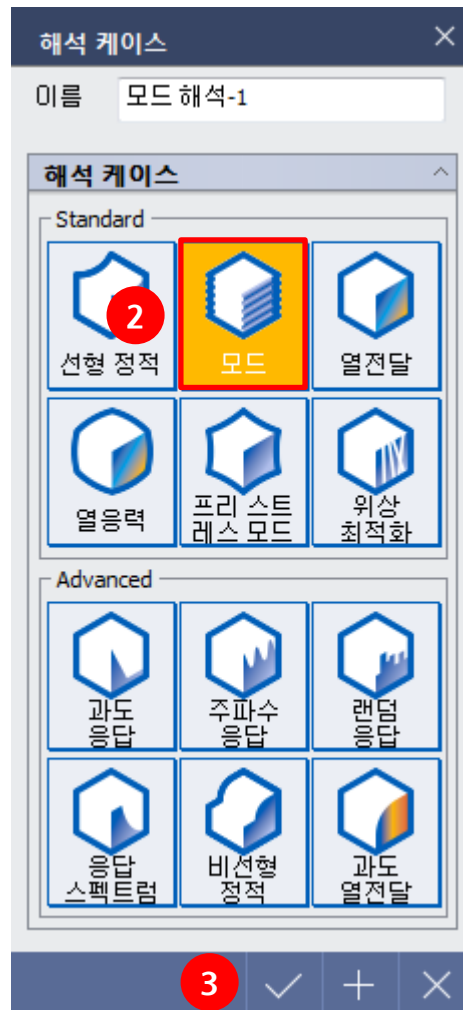
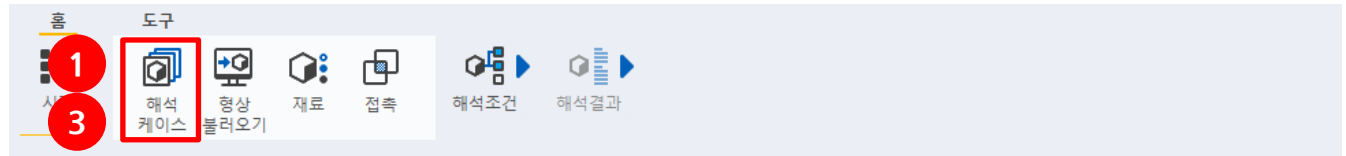
모드 해석을 통한 고유 진동수 확인 및, 질량참여율에 대한 개념의 이해와 적용 방법 학습합니다.

응답스펙트럼 해석의 셋팅 방법 및 결과 분석 기준 학습합니다.

캐비닛 - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
 - ② [모드해석] 클릭
 - ③ [확인] 클릭
 - ④ [해석 케이스] 클릭
 - ⑤ [응답스펙트럼해석] 클릭
 - ⑥ 이름 : X로 지정
 - ⑦ [확인] 클릭
 - ⑧ 위와 동일하게 응답스펙트럼 Y, Z 생성
- 아래 표를 참고

해석 종류	명칭
모드 해석	모드 해석
응답스펙트럼해석	X
응답스펙트럼해석	Y
응답스펙트럼해석	Z

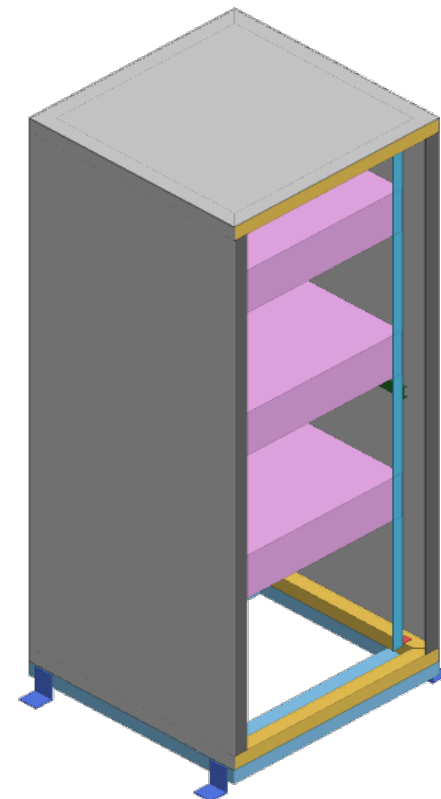
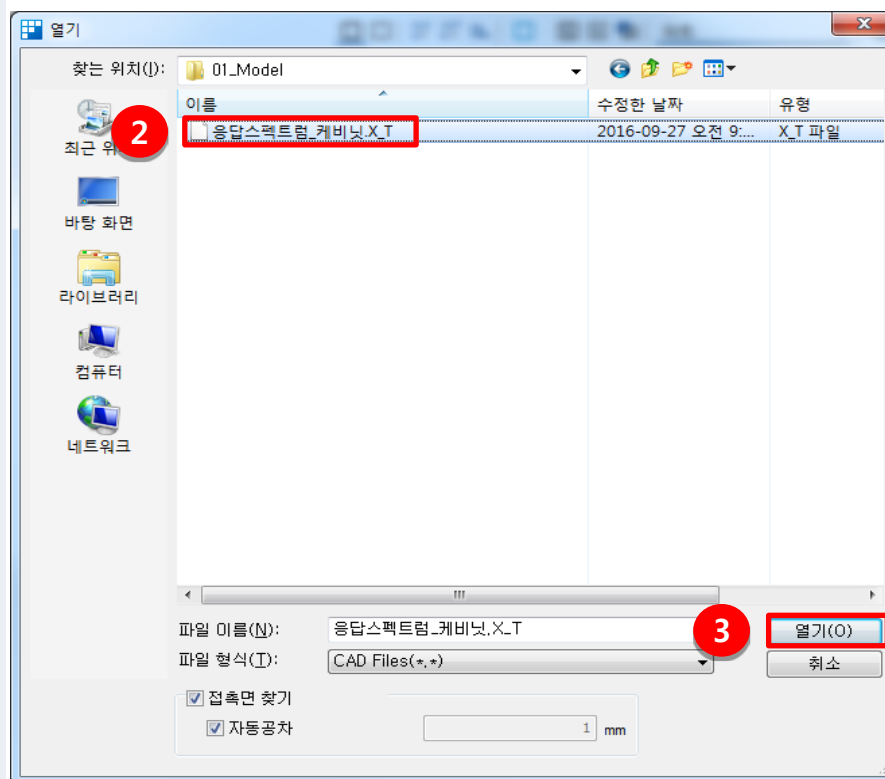
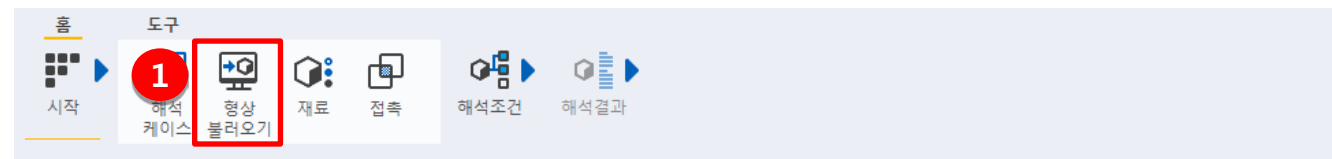


[응답스펙트럼 해석]

지진 하중을 받았을 때 구조물에 발생하는 응답의 최대치를 얻기 위해 사용되는 해석방법으로 내진설계에 필요한 변위와 응력의 최대치를 확인할 수 있습니다. 내진 해석의 가장 일반적인 방법입니다.

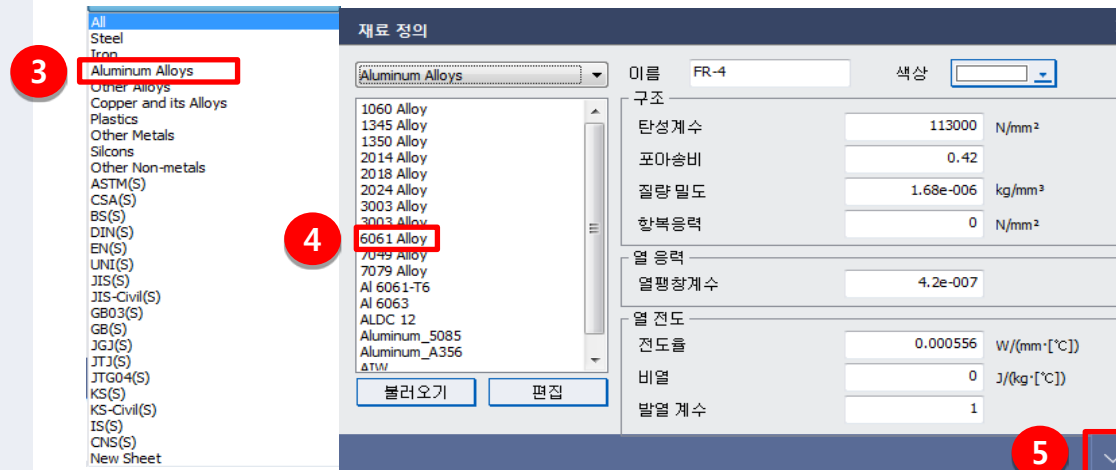
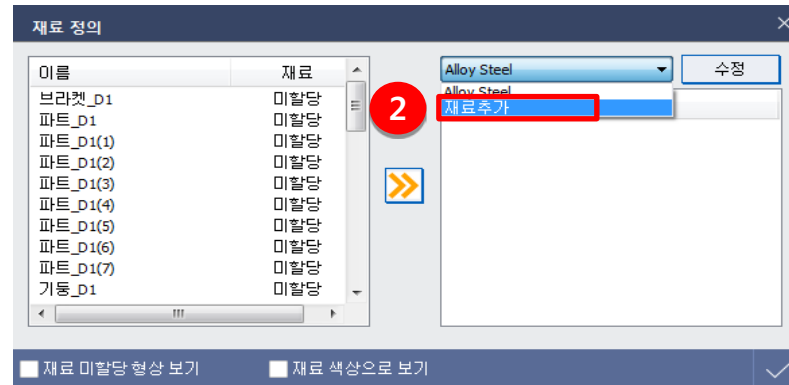
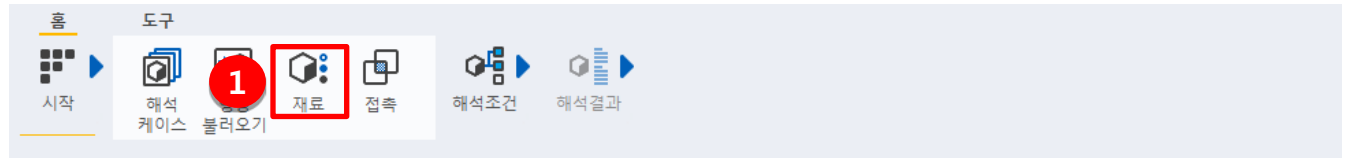
캐비닛 - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [응답스펙트럼_캐비닛.X_T]
클릭
- ③ [열기] 클릭



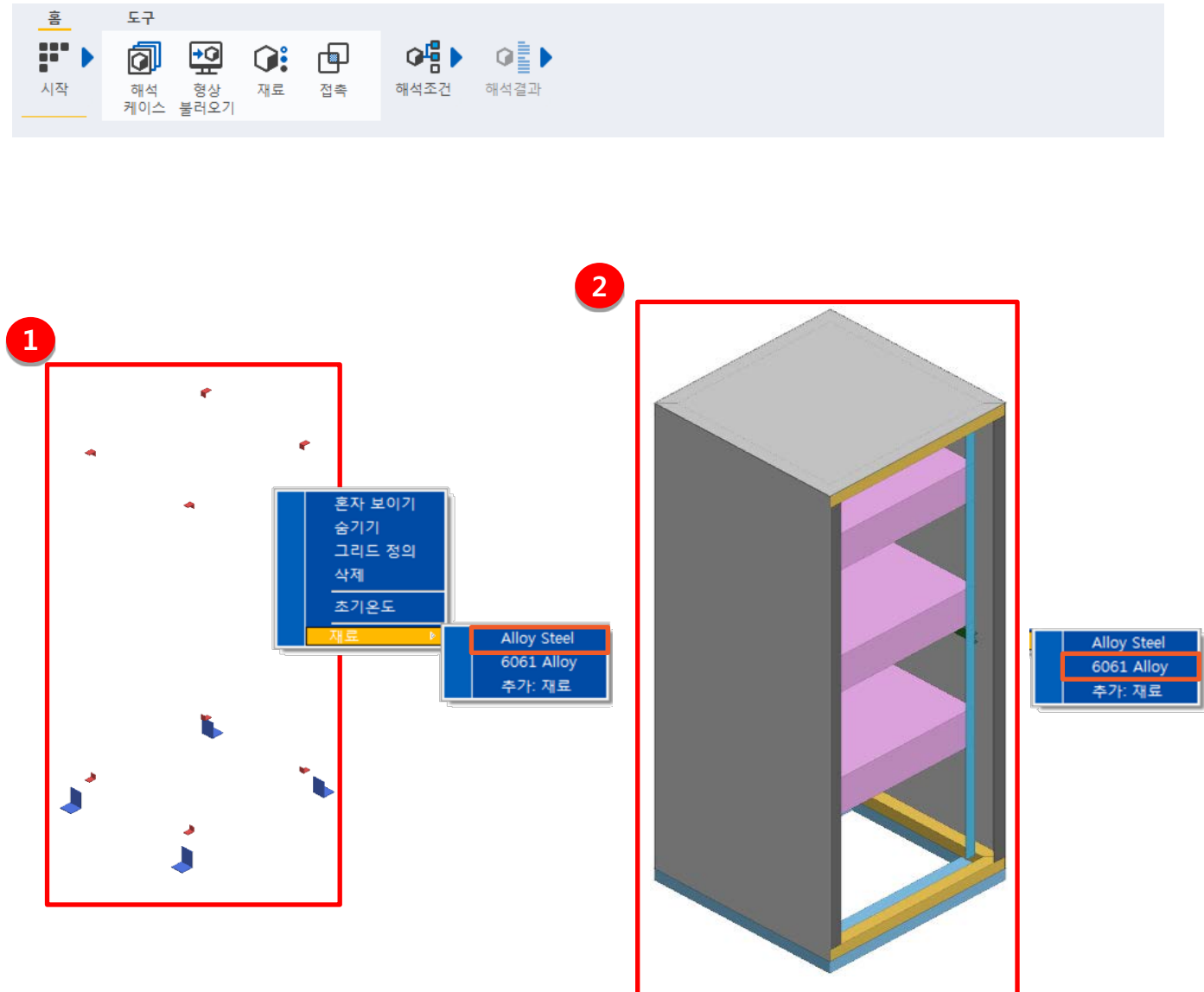
캐비닛 - STEP 03

- ① [재료] 클릭
- ② [재료 추가] 클릭
- ③ [Aluminum Alloys] 탭 클릭
- ④ [6061 Alloy] 클릭
- ⑤ [확인] 클릭



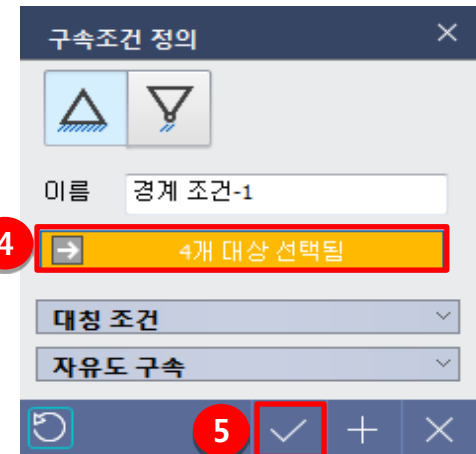
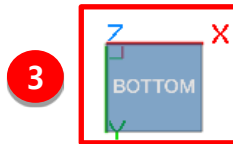
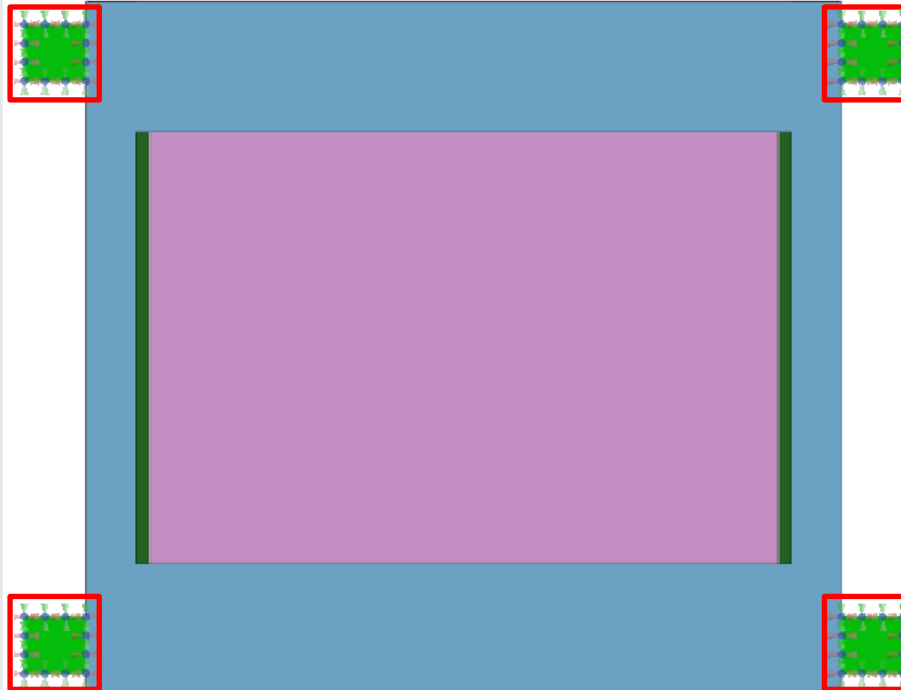
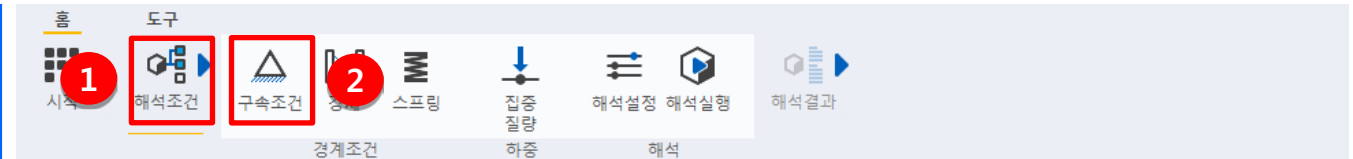
캐비닛 - STEP 04

- ① 그림을 참고하여 브라켓 (8개)은 6061 Alloy로 지정
- ② 브라켓을 제외한 케이스 (30개)는 Alloy Steel로 지정



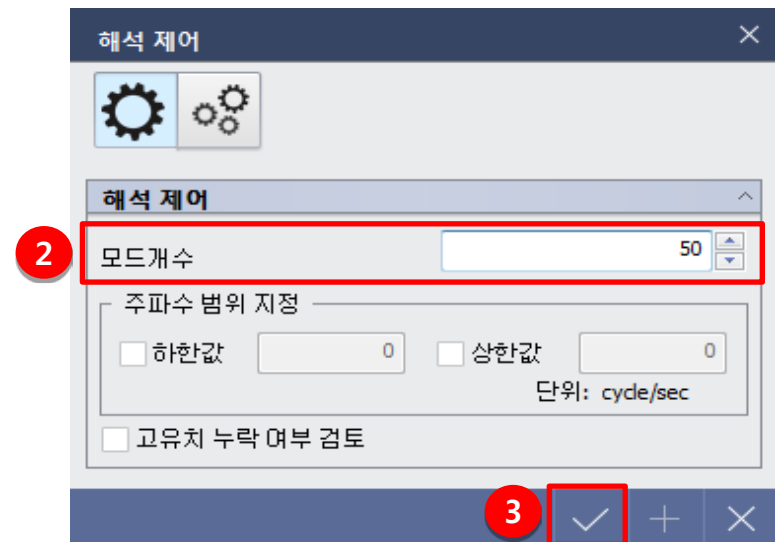
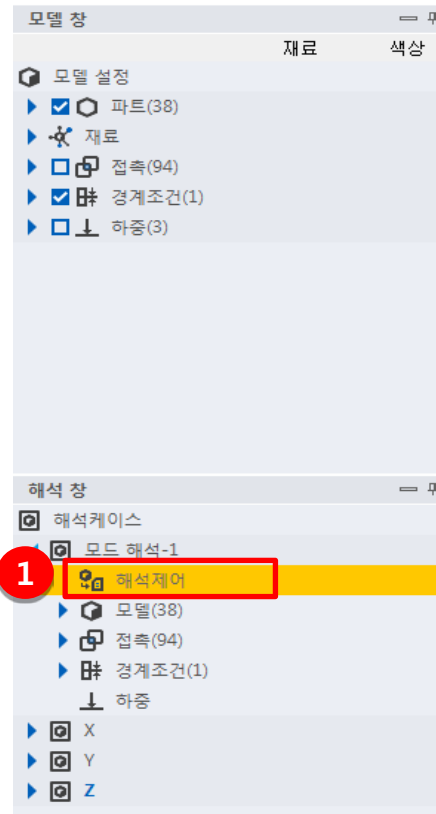
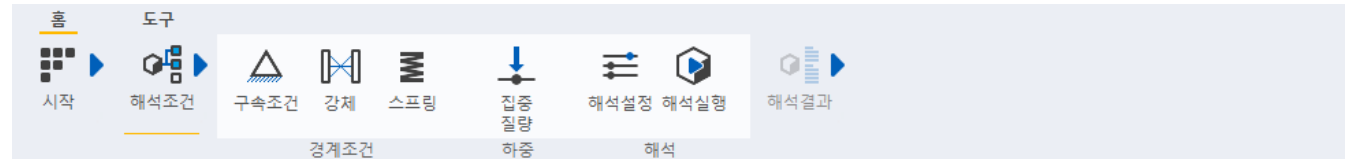
캐비닛 - STEP 05

- ① [해석조건] 클릭
- ② [구속조건] 클릭
- ③ BOTTOM 뷰 클릭
- ④ 그림을 참고하여 4개 면 클릭
- ⑤ [확인] 클릭



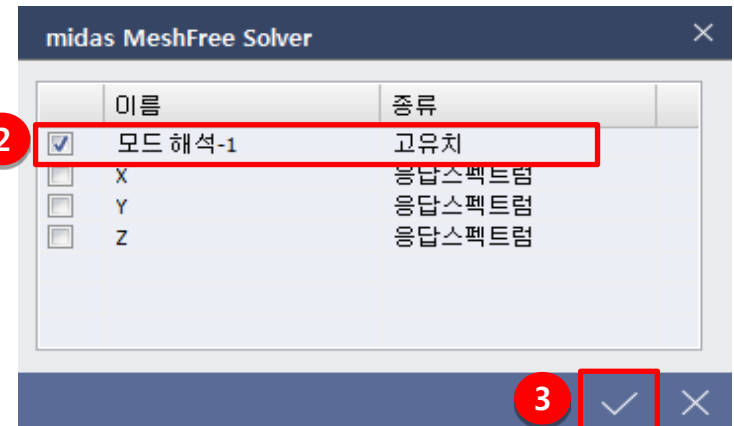
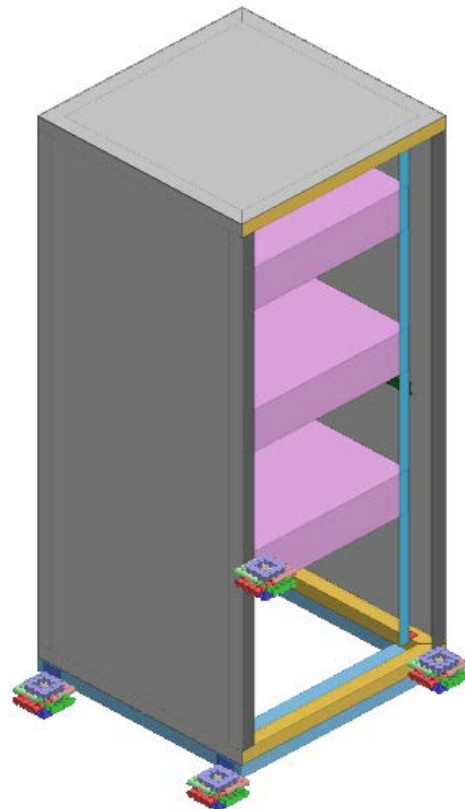
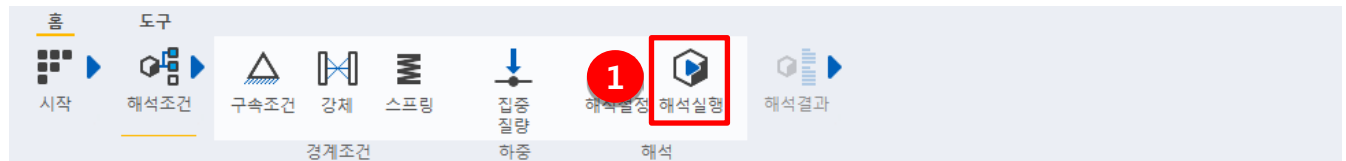
캐비닛 - STEP 06

- ① 해석 창 → 해석제어 더블 클릭
- ② 모드개수 50개 지정
- ③ 확인 클릭



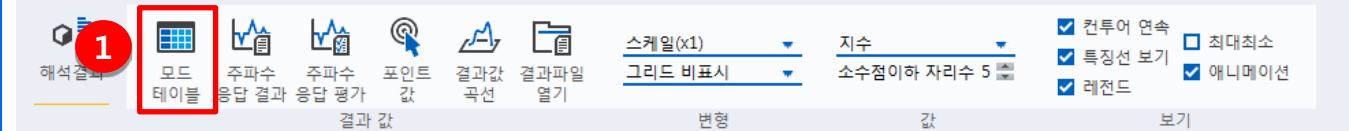
캐비닛 - STEP 07

- ① [해석 실행] 클릭
- ② 모드 해석 서브케이스만 활성화
- ③ 확인 클릭



캐비닛 - STEP 08

- ① 해석 결과 → 모드 테이블 클릭
- ② 모드 유효질량 백분율 분석



모드 테이블

모드수	고유치	리턴	사이클수	주기	일반 질량	일반 강성	비교성 손실	오차
1	1.1564e+003	3.4005e+001	5.4121e+000	1.8477e-001	1.0000e+000	1.1564e+003	0.0000e+000	1.8464e-006
2	1.4937e+003	3.8948e+001	6.1510e+000	1.6328e-001	1.0000e+000	1.4937e+003	0.0000e+000	1.7249e-006
3	3.8359e+003	6.1910e+001	9.8535e+000	1.0149e-001	1.0000e+000	3.8359e+003	0.0000e+000	4.6153e-007
4	6.6432e+003	8.1506e+001	1.2972e+001	7.7089e-002	1.0000e+000	6.6432e+003	0.0000e+000	6.1176e-007
5	9.3954e+003	9.6930e+001	1.5427e+001	6.4822e-002	1.0000e+000	9.3954e+003	0.0000e+000	1.3755e-007
6	1.1448e+004	1.0690e+002	1.7029e+001	5.8725e-002	1.0000e+000	1.1448e+004	0.0000e+000	7.4380e-007
7	2.1834e+004	1.4776e+002	2.3517e+001	4.2522e-002	1.0000e+000	2.1834e+004	0.0000e+000	4.4360e-007
8	2.7397e+004	1.6551e+002	2.6342e+001	3.7962e-002	1.0000e+000	2.7397e+004	0.0000e+000	1.0396e-006
9	2.7740e+004	1.6638e+002	2.6306e+001	3.7726e-002	1.0000e+000	2.7740e+004	0.0000e+000	2.6379e-007
10	3.9645e+004	1.9911e+002	3.1690e+001	3.1556e-002	1.0000e+000	3.9645e+004	0.0000e+000	1.6535e-006
11	4.0677e+004	2.0169e+002	3.2099e+001	3.1153e-002	1.0000e+000	4.0677e+004	0.0000e+000	8.5405e-008
12	5.1270e+004	2.2843e+002	3.6037e+001	2.7748e-002	1.0000e+000	5.1270e+004	0.0000e+000	1.1408e-007
13	7.9946e+004	2.8275e+002	4.5001e+001	2.2222e-002	1.0000e+000	7.9946e+004	0.0000e+000	1.0490e-006
14	8.2907e+004	2.8797e+002	4.5627e+001	2.1821e-002	1.0000e+000	8.2907e+004	0.0000e+000	5.3939e-007
15	8.8302e+004	2.9749e+002	4.7247e+001	2.1121e-002	1.0000e+000	8.8302e+004	0.0000e+000	2.9605e-007
16	1.0157e+005	3.1870e+002	5.0723e+001	1.9715e-002	1.0000e+000	1.0157e+005	0.0000e+000	2.2137e-007
17	1.4054e+005	3.7480e+002	5.9664e+001	1.6706e-002	1.0000e+000	1.4054e+005	0.0000e+000	3.4333e-008
18	1.6213e+005	4.0265e+002	6.4084e+001	1.5604e-002	1.0000e+000	1.6213e+005	0.0000e+000	1.5381e-007
19	1.8283e+005	4.3328e+002	6.8181e+001	1.5381e-002	1.0000e+000	1.8283e+005	0.0000e+000	1.5381e-007
20	1.8103e+005	4.2947e+002	6.7716e+001	1.4706e-002	1.0000e+000	1.8103e+005	0.0000e+000	1.4706e-007
21	1.8418e+005	4.2916e+002	6.8330e+001	1.4614e-002	1.0000e+000	1.8418e+005	0.0000e+000	1.4614e-007
22	1.9696e+005	4.4381e+002	7.0634e+001	1.4157e-002	1.0000e+000	1.9696e+005	0.0000e+000	1.4157e-007
23	2.0472e+005	4.5246e+002	7.2013e+001	1.3887e-002	1.0000e+000	2.0472e+005	0.0000e+000	1.3887e-007
24	2.3612e+005	4.8593e+002	7.7338e+001	1.2930e-002	1.0000e+000	2.3612e+005	0.0000e+000	1.2930e-007

모드 유효질량 백분율

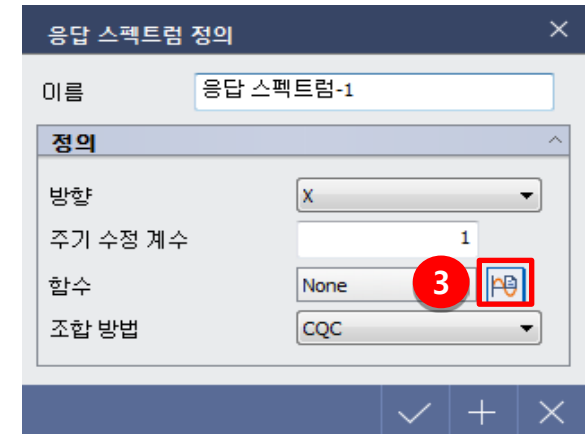
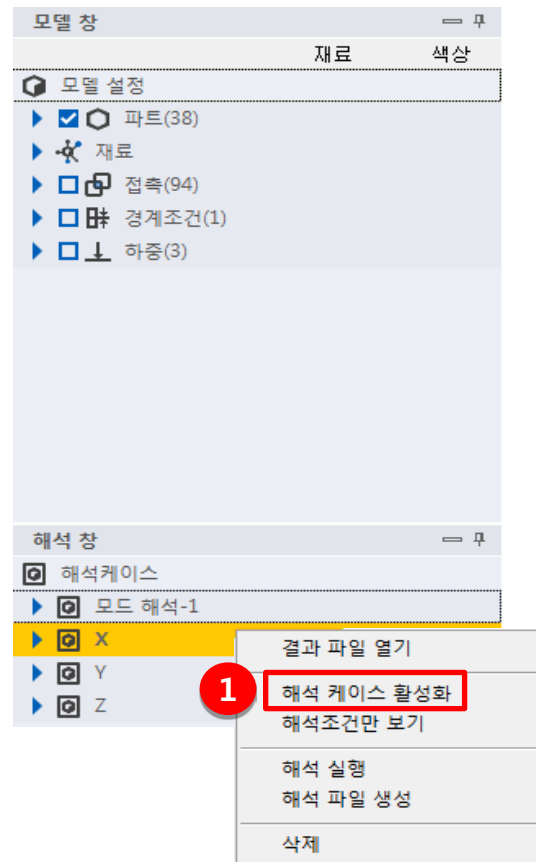
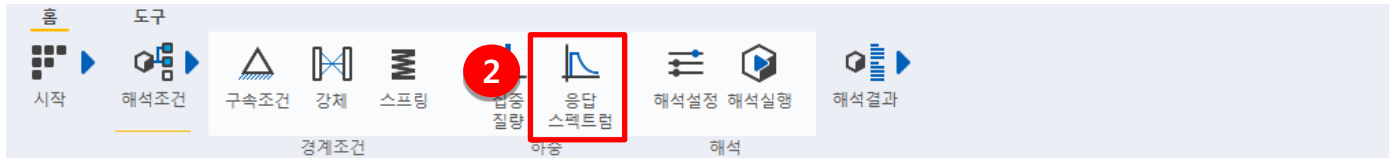
모드수	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	0.00%	52.45%	0.32%	0.00%	0.00%	0.00%
2	58.35%	0.00%	0.00%	0.00%	2.31%	3.02%
3	0.00%	0.01%	0.31%	10.82%	0.00%	0.00%
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
45	0.03%	0.00%	0.00%	0.00%	1.33%	0.19%
46	0.00%	0.01%	0.05%	0.00%	0.02%	0.00%
47	0.31%	0.00%	0.00%	0.00%	3.07%	0.78%
48	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.05%	0.01%
49	0.00%	0.02%	0.03%	0.00%	0.00%	0.00%
50	0.00%	0.08%	0.47%	0.03%	0.00%	0.00%
총합	88.68%	86.73%	78.29%	62.32%	64.63%	66.31%

모드 유효질량 백분율을 분석하여 각 모드 질량 백분율(T1,T2,T3)의 총합이 80%가 넘는 모드 차수까지 응답스펙트럼 해석에 사용합니다.

본 예제에서는 T3 방향은 수직방향이며, 지진 하중은 수직방향으로 미치는 영향이 미미하기 때문에 80%가 넘지 않더라도 크게 고려하지 않았습니다.

캐비닛 - STEP 09

- ① 해석 창 → X(응답스펙트럼해석 케이스) 우클릭 □ 해석 케이스 활성화 클릭
- ② 해석조건 □ “응답스펙트럼”
- ③ 함수 생성 클릭



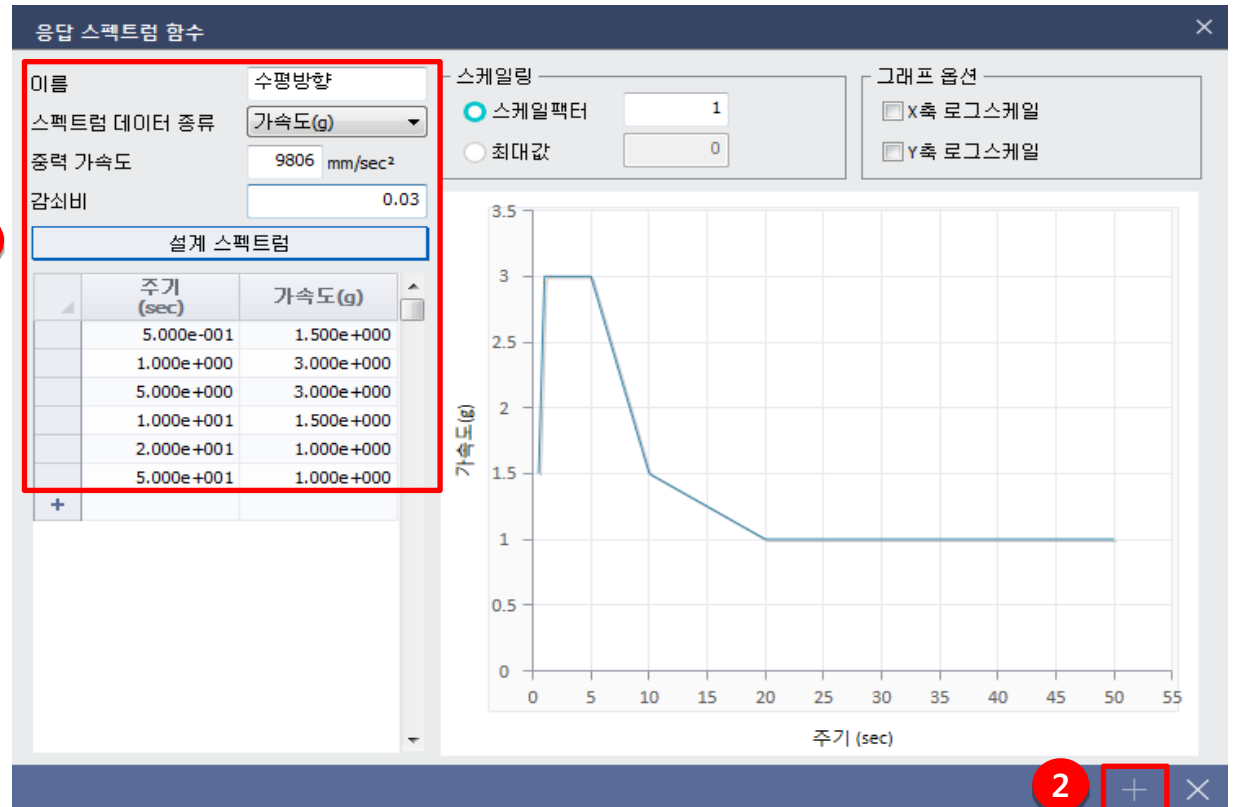
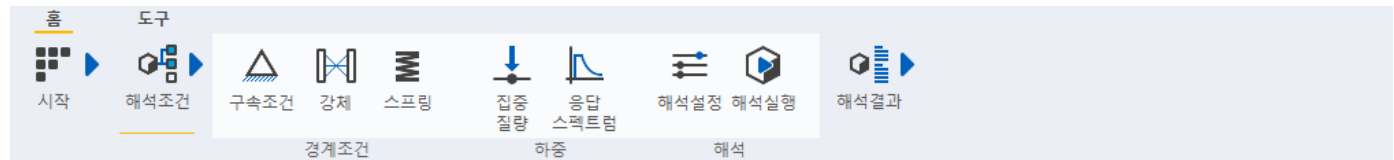
응답스펙트럼 해석

캐비닛 - STEP 10

① 아래 함수 데이터 입력

이름	수평방향
감쇠비	0.03
주기(sec)	가속도(g)
5	1.5
1	3
5	3
10	1.5
20	1
50	1

② “적용” 클릭



캐비닛 - STEP 11

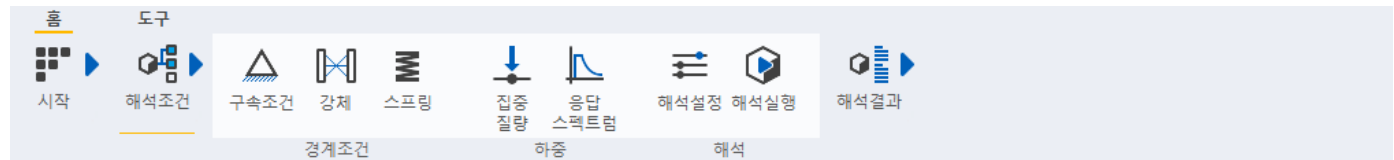
① 아래 함수 데이터 입력

이름	수직방향
감쇠비	0.03
주기(sec)	가속도(g)
0	0.5
5	2
20	2
33	1
50	1

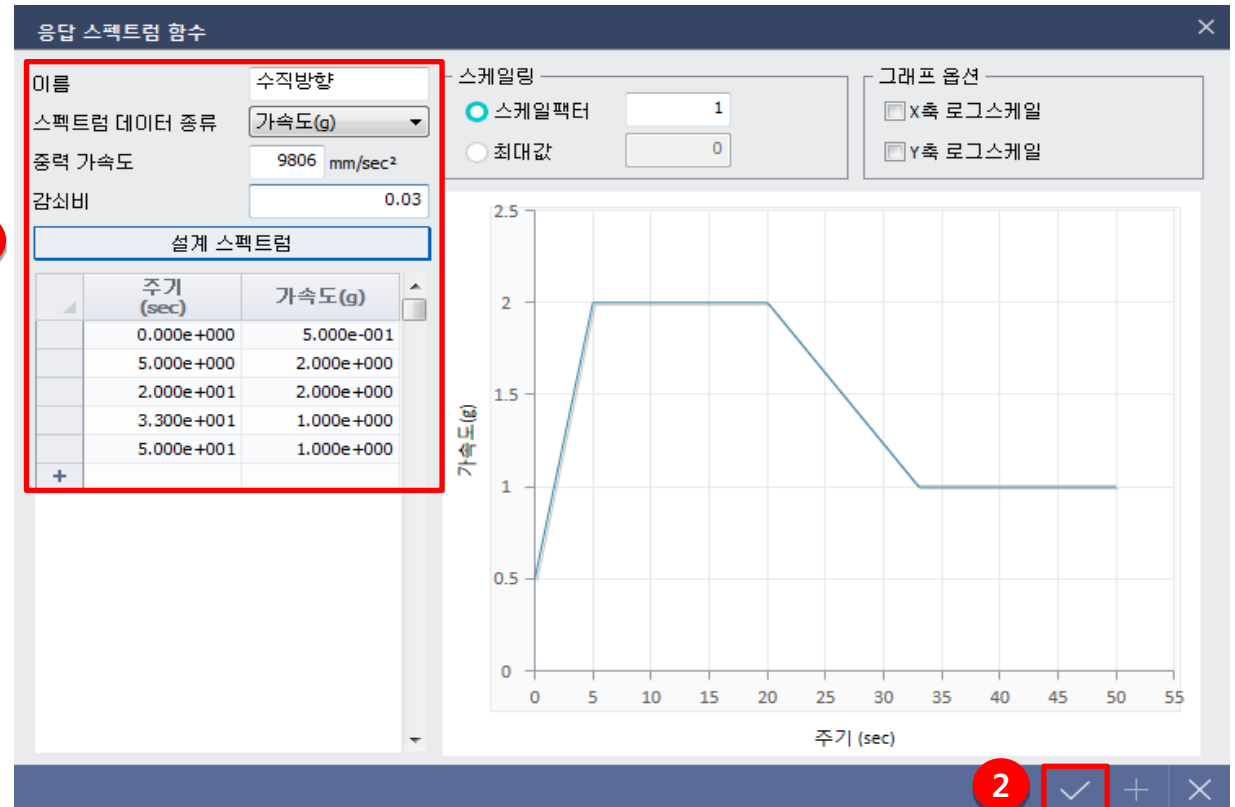
② “적용” 클릭



응답스펙트럼 데이터를 가지고 있는 경우 입력을 하면 되며, 가지고 있지 않는 경우 설계 스펙트럼을 클릭하여 검토하고자 하는 규격을 입력하면 됩니다.



1



응답스펙트럼 해석

캐비닛 - STEP 12

①응답 스펙트럼 하중 생성

이름	X
방향	X
주기 수정 계수	1
함수	수평방향
조합 방법	CQC

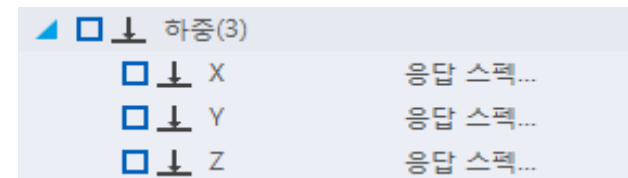
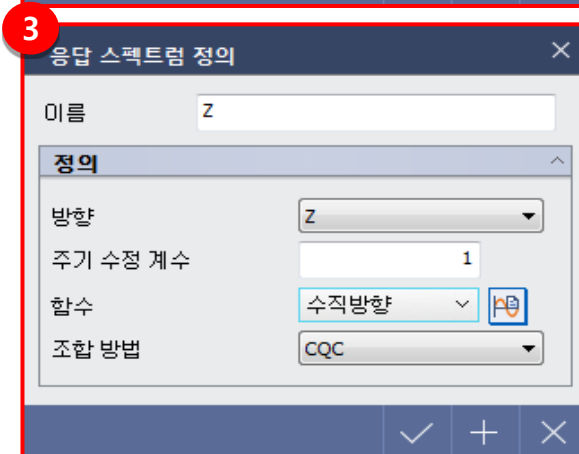
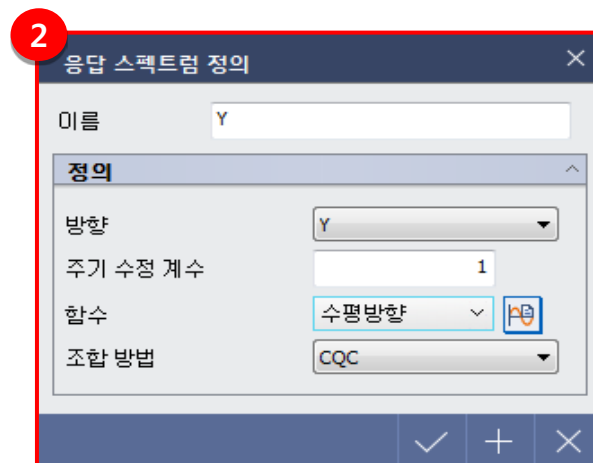
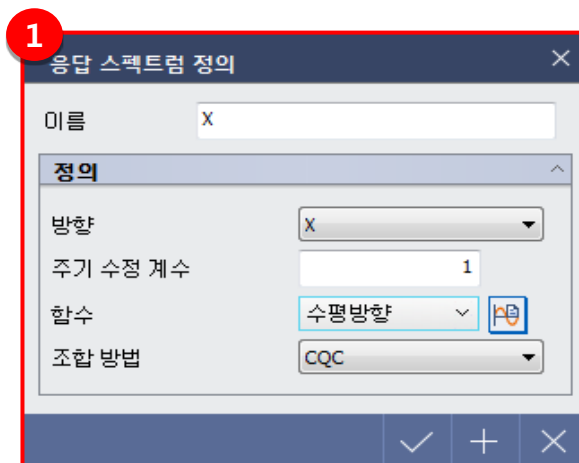
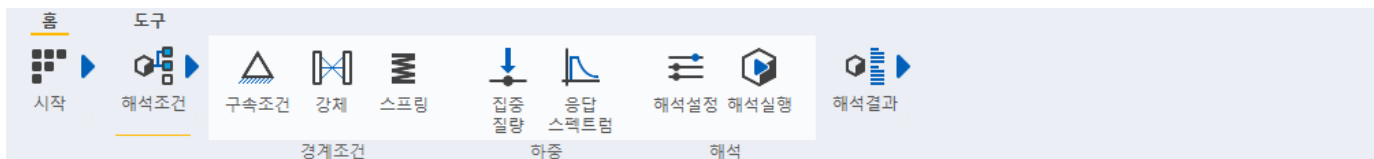
②적용 클릭

이름	Y
방향	Y
주기 수정 계수	1
함수	수평방향
조합 방법	CQC

③적용 클릭

이름	Z
방향	Z
주기 수정 계수	1
함수	수직방향
조합 방법	CQC

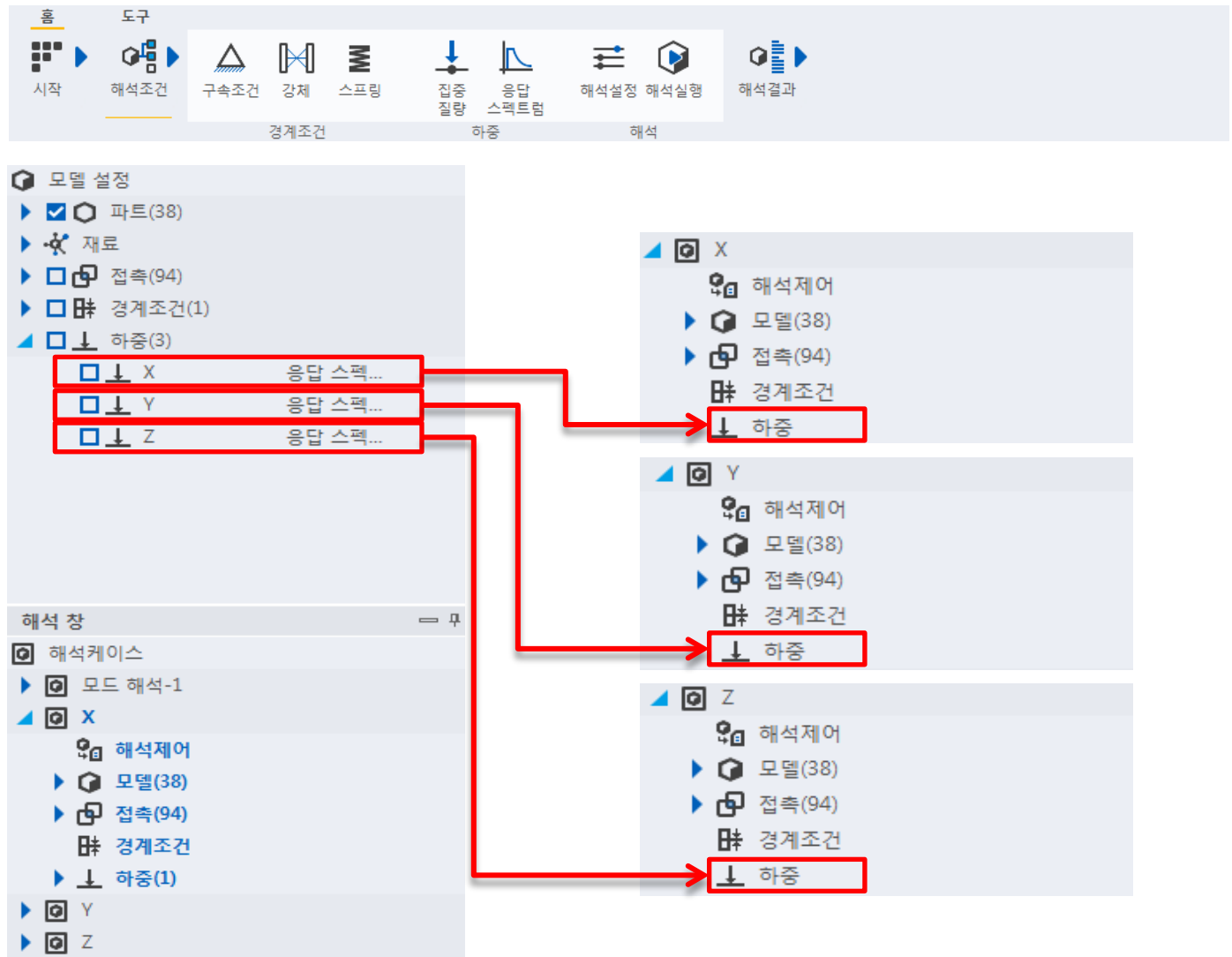
④확인 클릭



캐비닛 - STEP 13

① 모델 설정 창에서 해석 케이스 별 해석 조건을 드래그 앤 드롭

해석 케이스	X
경계조건	경계조건-1
하중	X
해석 케이스	Y
경계조건	경계조건-1
하중	Y
해석 케이스	Z
경계조건	경계조건-1
하중	Z

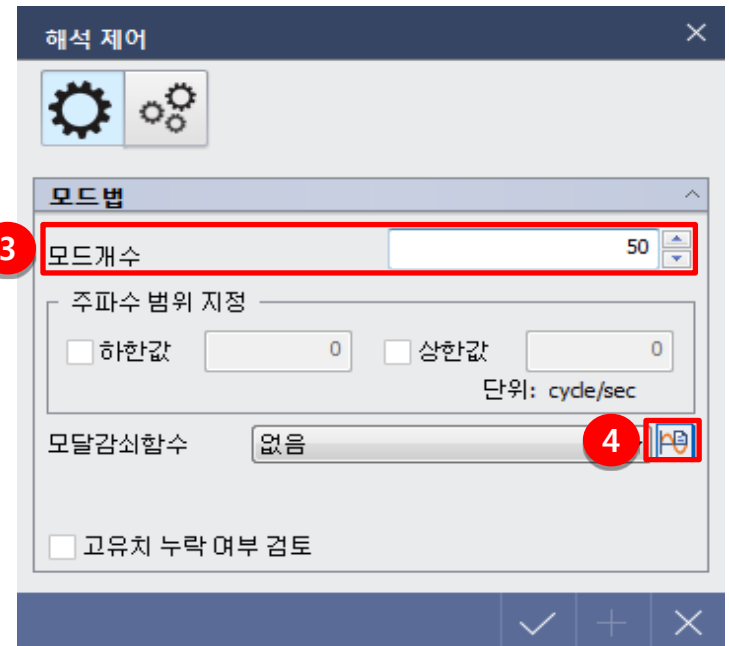
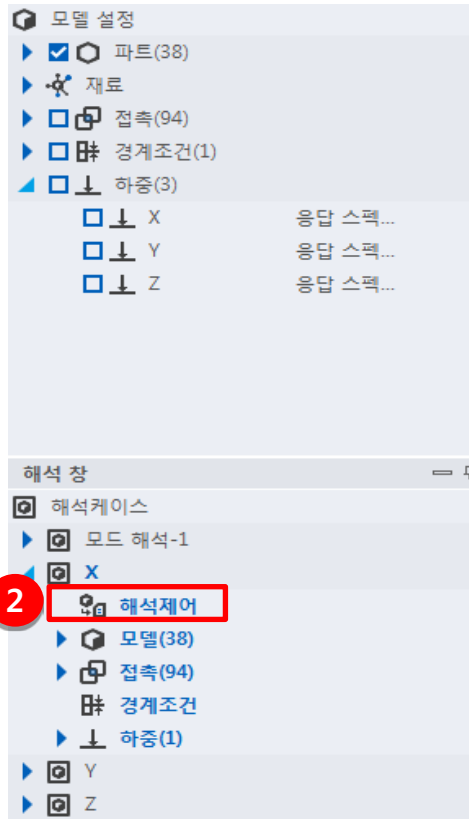


The screenshot shows the 'Model Setup' (모델 설정) window in Midas MeshFree. The 'Analysis Case' (해석 케이스) section is expanded, showing three cases: X, Y, and Z. Each case has a list of conditions: 'Analysis Control' (해석제어), 'Model' (모델), 'Mesh' (메쉬), 'Boundary Condition' (경계조건), and 'Load' (하중). Red boxes highlight the 'Load' (하중) condition for each case, and red arrows point from the 'Load' condition in the 'Model Setup' window to the 'Load' condition in the 'Analysis Case' window.

응답스펙트럼 해석

캐비닛 - STEP 13

- ① 응답스펙트럼 해석 케이스 더블 클릭 하여 활성화
- ② 해석제어 더블 클릭
- ③ 모드 개수 50 개 지정
- ④ 모달감쇠함수 생성 클릭



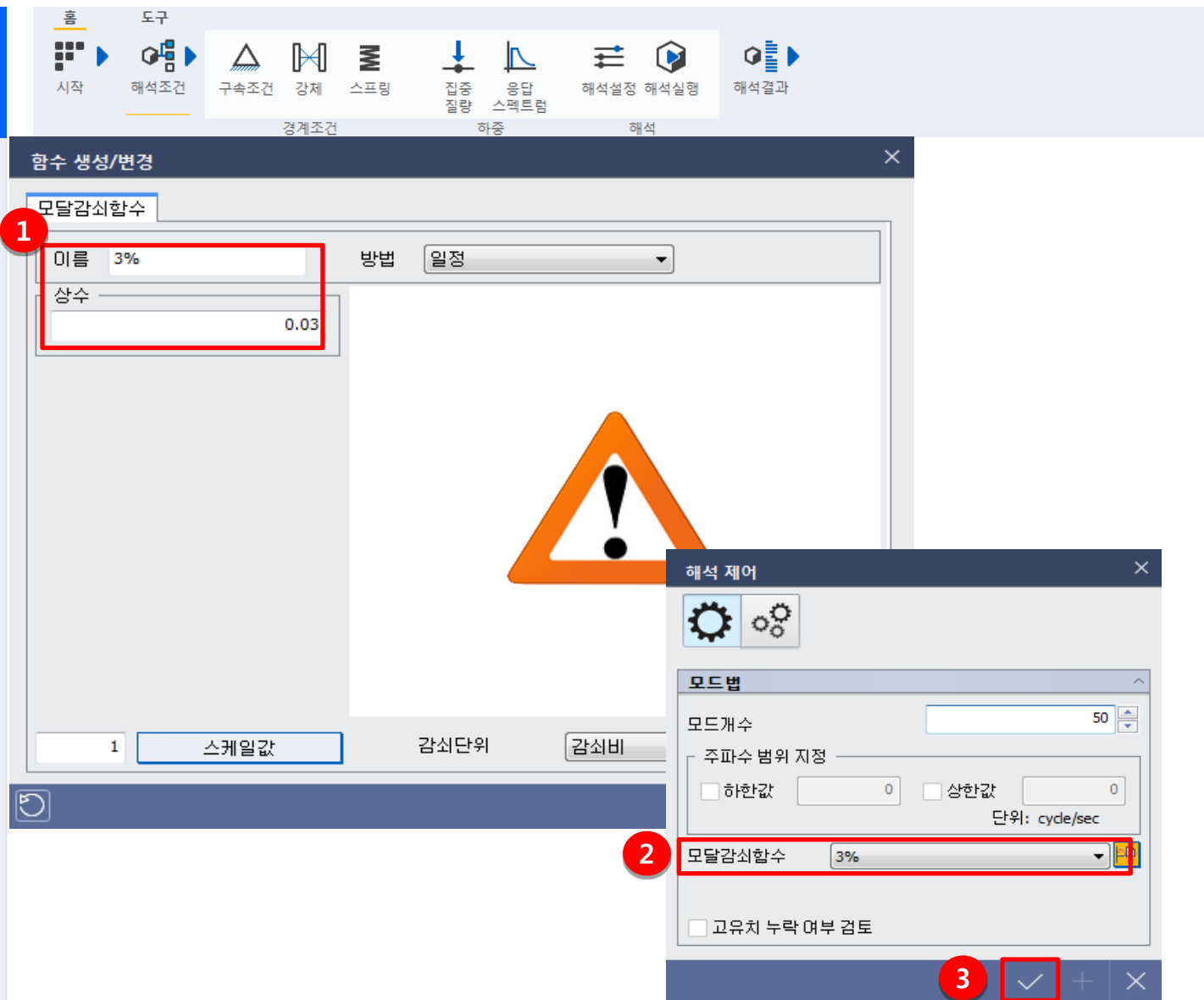
캐비닛 - STEP 14

① 아래의 함수 데이터 입력

이름	3%
상수	0.03

②모달감쇠함수 지정

③[확인] 클릭



함수 생성/변경

모달감쇠함수

1

이름 3%

방법 일정

상수 0.03

스케일값

감쇠단위

감쇠비

해석 제어

모드법

모드개수 50

주파수 범위 지정

☐ 하한값 0 ☐ 상한값 0

단위: cycle/sec

2

모달감쇠함수 3%

☐ 고유치 누락 여부 검토

3

응답스펙트럼 해석

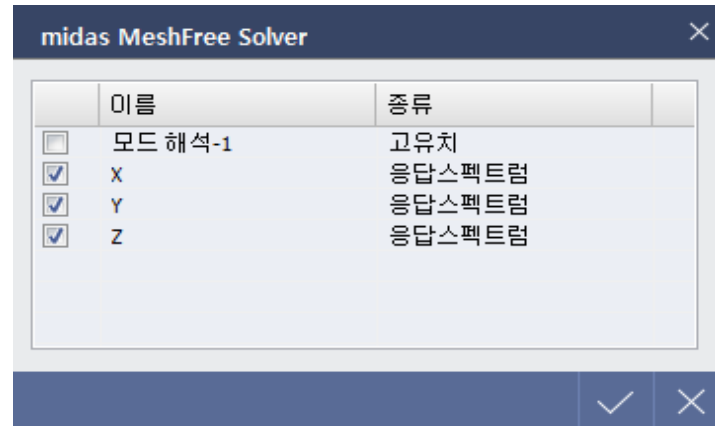
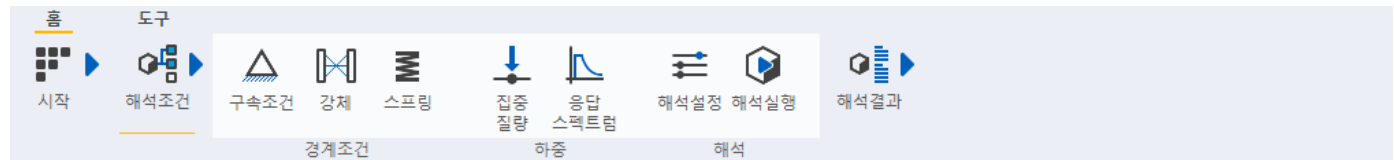
캐비닛 - STEP 15

방안 1

- ① 해석조건 탭에서 “해석실행” 클릭

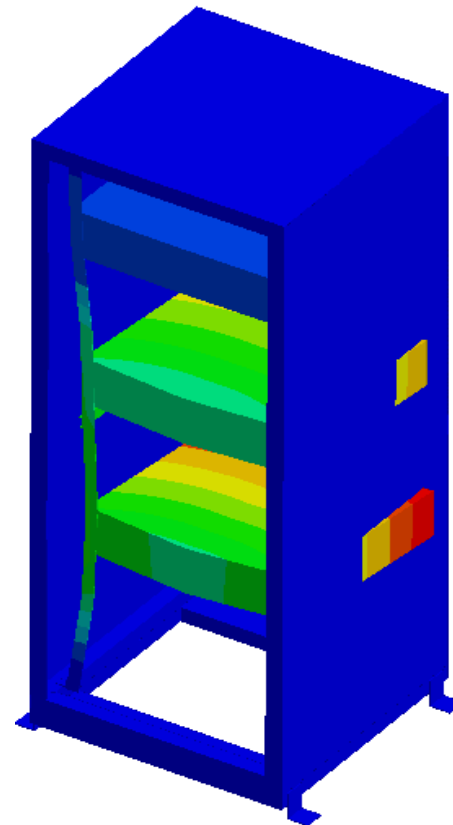
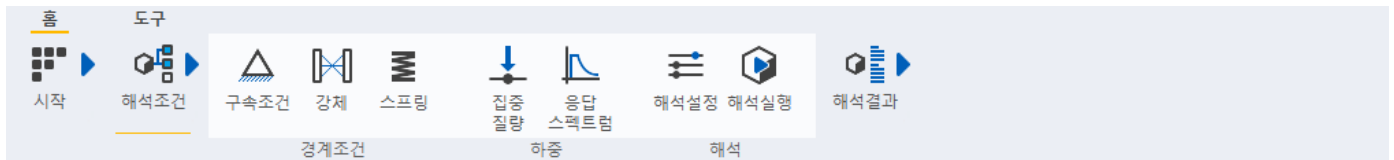
방안 2

- ① 해석 창에서 해당하는 해석케이스 마우스 우클릭
- ② 해석실행 클릭

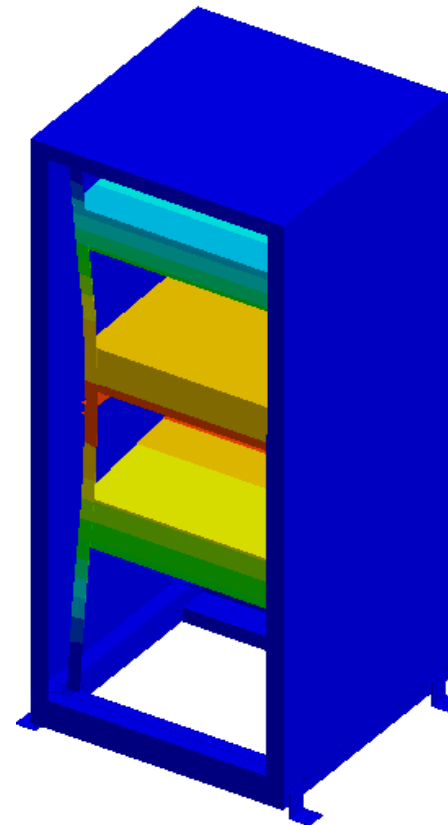


캐비닛 - STEP 16

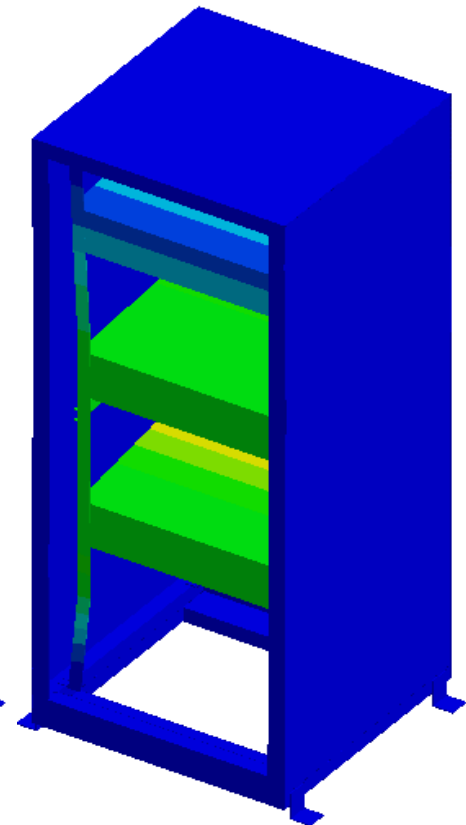
- ① “결과”탭 클릭
- ② 각 방향별 변위 및 응력 결과 확인



X축 방향 변위



Y축 방향 변위



Z축 방향 변위

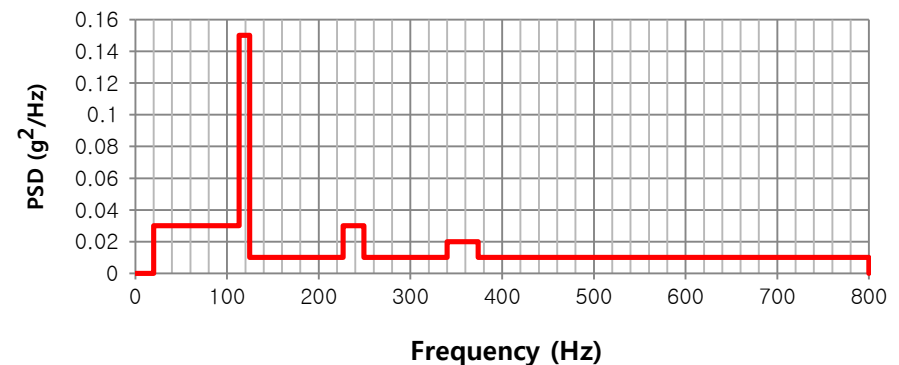
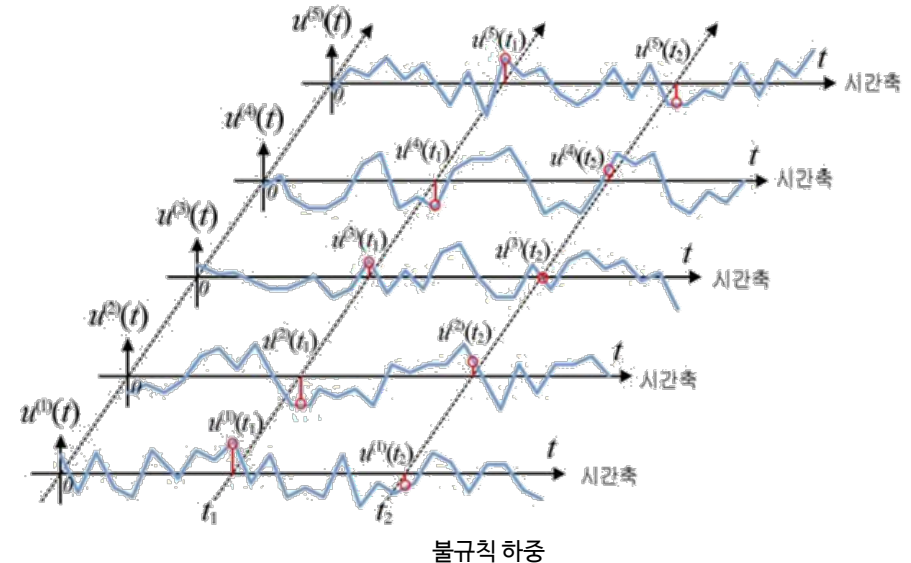
랜덤 진동해석

랜덤 진동은 시간에 따른 진동의 특성이 진동수나 혹은 시간의 표현할 수 없는 불규칙하게 나타나는 경우를 말합니다. 랜덤 하중을 받는 물체는 각 시간대별로 진동의 진폭이 서로 독립적이기 때문에 시간에 따라 매우 복잡한 응답을 나타내며, 확률과 통계적인 특성값을 통해서 설명됩니다. 대표적인 랜덤 하중으로는 공기 중을 날고 있는 비행기, 도로를 달리는 자동차, 파도가 치는 배, 그리고 지진의 영향을 받고 있는 건물 등이 있습니다.

랜덤 응답 문제는 해석의 목적이나 입력 형태에 따라 2가지 관점에서 접근할 수 있습니다. 하나는 시간 이력이며, 다른 하나는 파워 스펙트럼 밀도(PSD, Power Spectral Density)입니다. 실제 응답을 결정하기 위해 과도 해석에서 동적 시스템에 시간 이력을 적용하는 것이 가능하지만, 이 방법은 지속 시간과 최고값 계산에 필요한 시간 스텝으로 인해 해석이 매우 소모적 일 수 있기 때문에 랜덤 하중을 다양한 진동수에 대해 스펙트럼으로 근사화하여 입력하는 것이 더 효율적입니다.

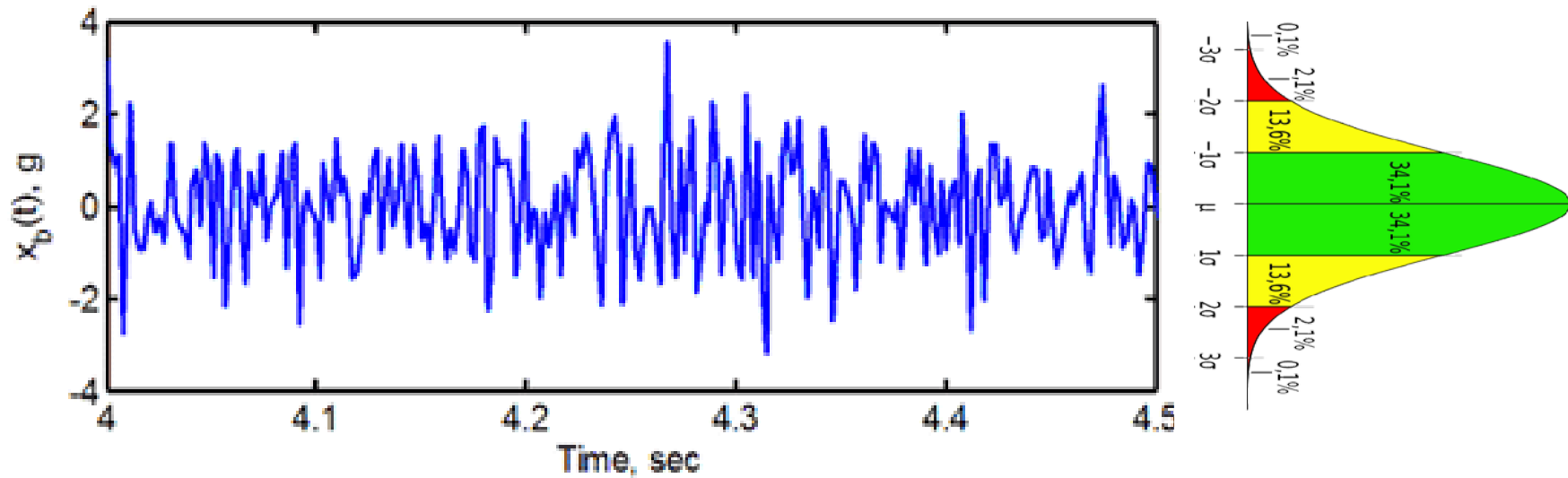
스펙트럼 밀도 곡선은 변위나 속도, 가속도로 표현될 수 있지만, 일반적으로 사용되는 형식은 파워 스펙트럼 밀도 곡선입니다. PSD 곡선은 가진 또는 응답값(변위, 속도, 가속도 등)의 제곱을 진동수로 나눈 값이며, PSD 곡선의 아래 면적은 단위 시간당 평균 파워를 나타냅니다.

랜덤 응답해석은 주파수 응답해석의 결과를 후처리하는 과정입니다. 입력에 대한 출력의 비율인 전달 함수(Transfer Function)를 단위 하중 조건에 대한 주파수 응답으로서 계산하고 여기에 가진원의 파워 스펙트럼 밀도를 곱하여 응답의 파워 스펙트럼 밀도를 얻습니다. 하중 조건이 여러 개인 경우에는 이들의 주파수 응답을 공통의 주파수 영역에서 동시에 해석합니다. 주파수 응답 해석에 사용되는 각각의 하중은 서로 구별되는 랜덤 가진원을 나타내며, 여러 절점 또는 요소에 작용할 수 있습니다. 랜덤 응답해석의 결과는 항상 양수(+)이며, 관심 진동수에서 최고값을 나타냅니다. 랜덤 응답해석의 주요 결과로는 응답의 파워 스펙트럼 밀도 외에 RMS(Root Mean Square)와 제로크로싱(Number of Positive Zero Crossing)이 있습니다.

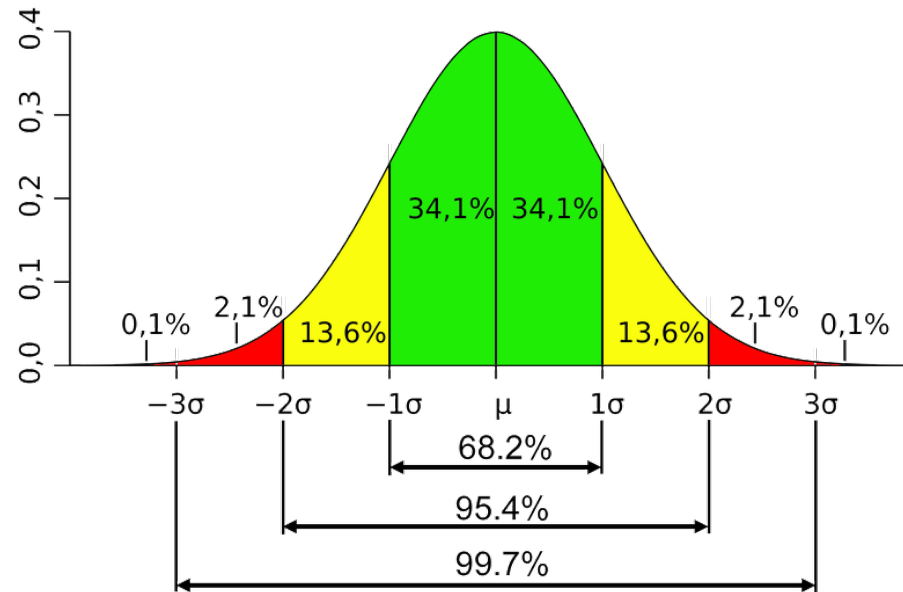


파워스펙트럼 밀도 함수

- 불규칙 진동하중에 대한 확률론적 접근 방법
- 핵심 개념은 대다수의 불규칙현상의 가우스 분포를 따름

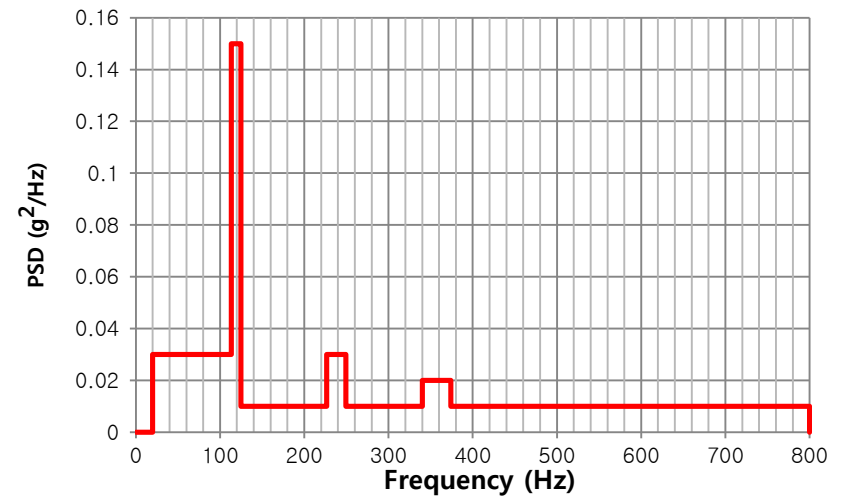
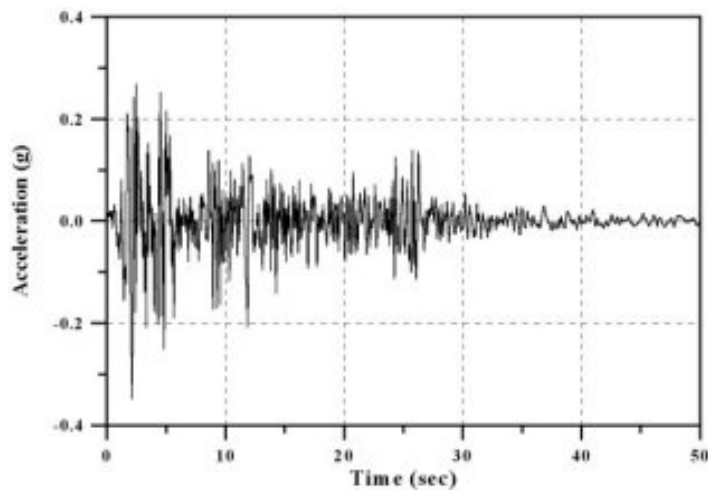


- 모든 결과는 zero mean을 갖는 가우스 (정규)분포로 가정

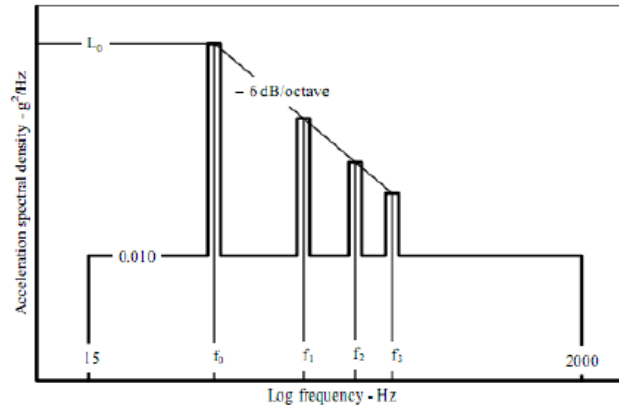


- $U_{max} = 0.10$ 보다 작거나 같은 확률이 68.2%
- $U_{max} = 0.20$ 보다 작거나 같은 확률이 95.4%
- $U_{max} = 0.30$ 보다 작거나 같은 확률이 99.7%

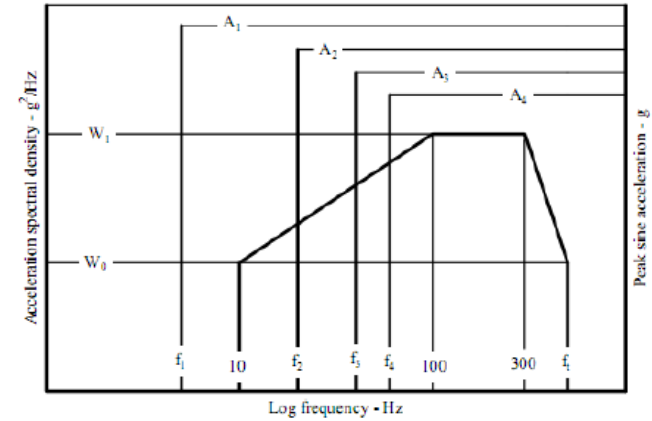
- 가진 또는 응답 값 (가속도, 변위, 속도 등)의 제곱값을 주파수에 따른 함수로써 나타낸 것
- PSD 곡선의 아래 면적은 단위 시간당 평균 파워를 나타냄 → 파워스펙트럼 밀도



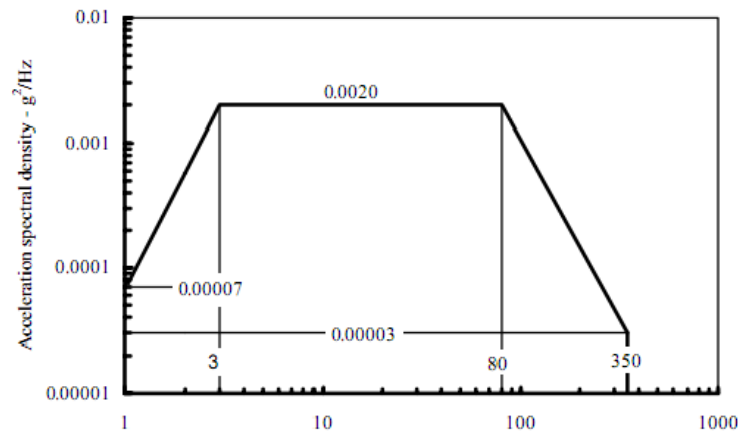
※ MIL-STD-810F (미국방성 시험 표준)



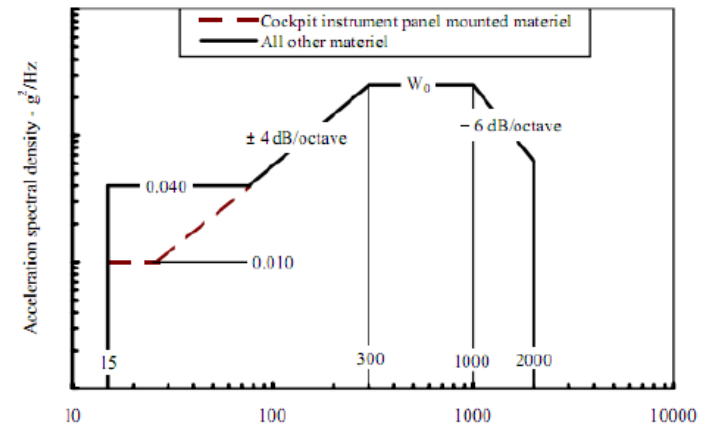
프로펠러 항공기 진동 노출



헬리콥터 진동 노출



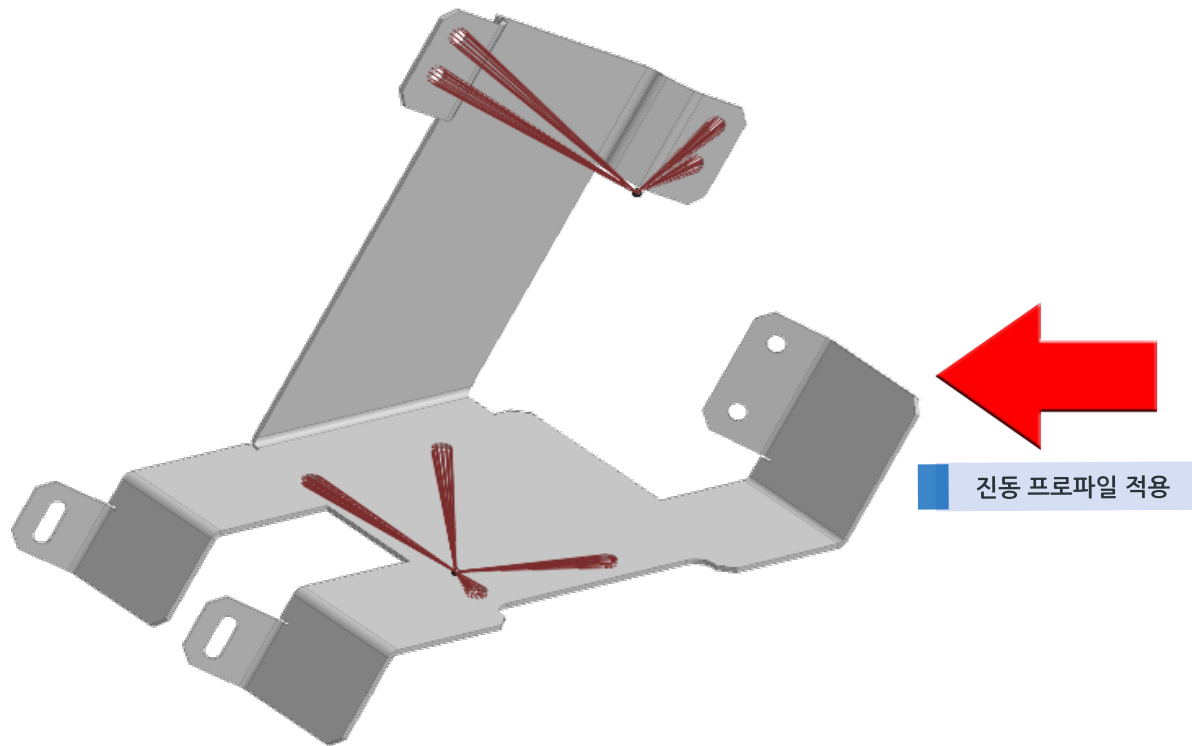
철도 화물 진동 노출



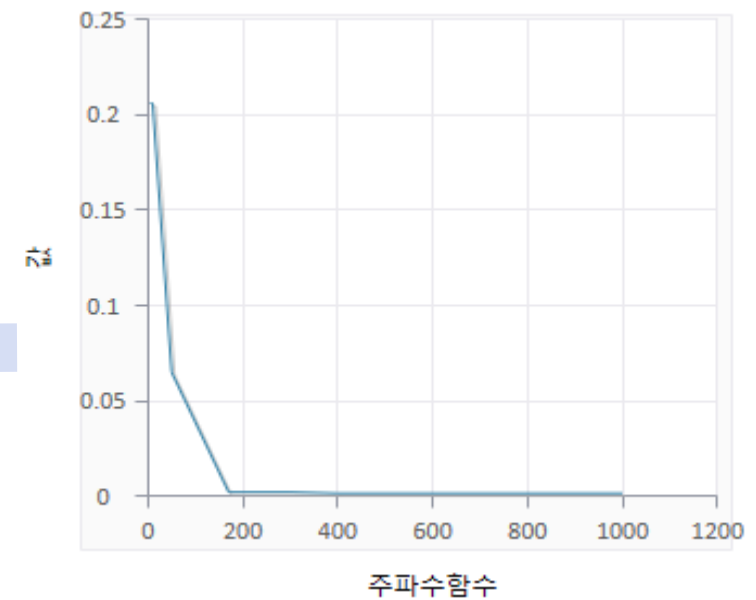
... 제트기 진동 노출

랜덤응답해석 따라하기

브라켓 - STEP 00



파워 스펙트럼 함수(PSD) 커브



[예제 목적]

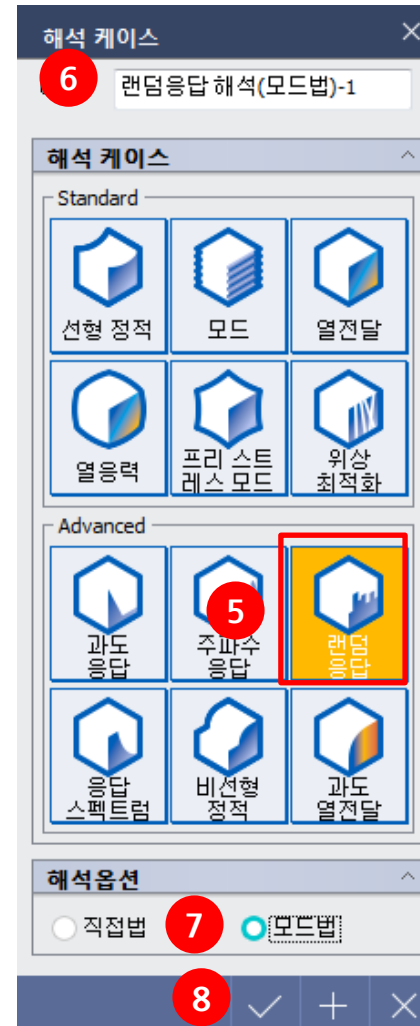
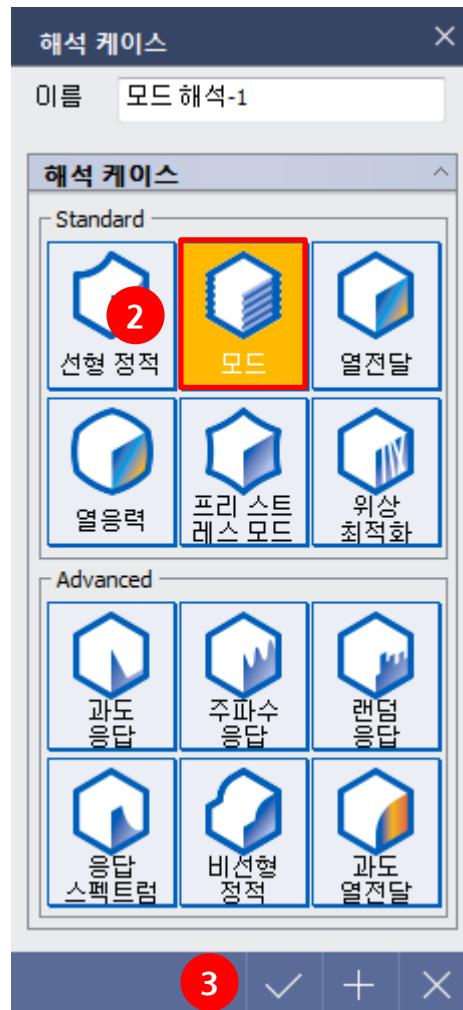
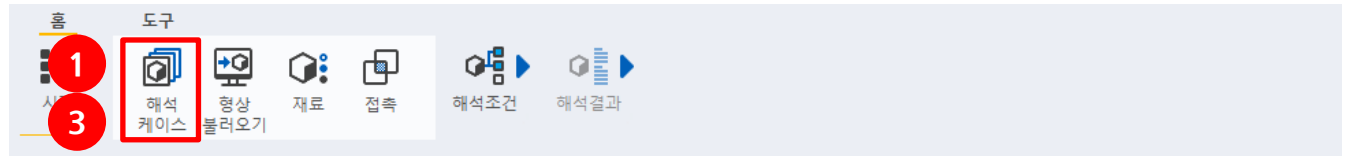
랜덤 해석에 대한 이해 및 랜덤 하중의 입력 방법 학습합니다.

랜덤응답해석 따라하기

브라켓 - STEP 01

- ① [해석 케이스] 클릭
 - ② [모드해석] 클릭
 - ③ [확인] 클릭
 - ④ [해석 케이스] 클릭
 - ⑤ [랜덤응답해석] 클릭
 - ⑥ 이름 : X로 지정
 - ⑦ [모드법] 선택
 - ⑧ [확인] 클릭
 - ⑨ 위와 동일하게 응답스펙트럼 Y, Z 생성
- 아래 표를 참고

해석 종류	명칭
모드 해석	모드 해석
랜덤응답해석	X
랜덤응답해석	Y
랜덤응답해석	Z

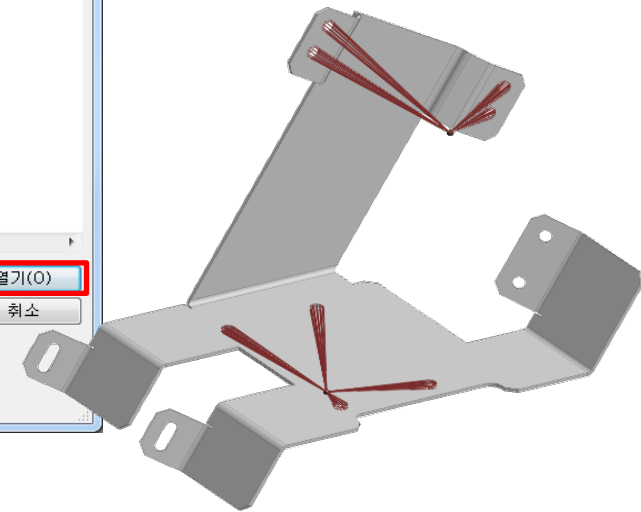
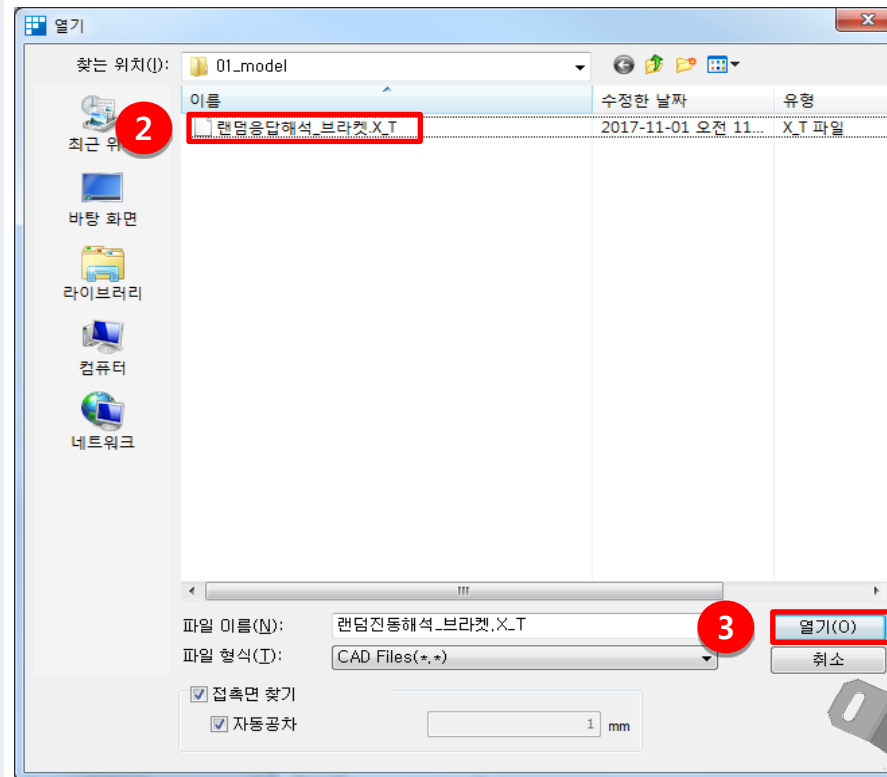


[랜덤응답해석]

불규칙하게 작용하는 동적 하중에 대해 통계적, 확률적 기법을 활용하여 구조물의 응답 특성을 분석합니다. 차량 운행시 발생하는 불규칙한 하중, 난기류로 인해 발생하는 불규칙한 압력 분포 등, 불규칙한 하중에 대한 안전성 검토를 목적으로 주로 수행합니다.

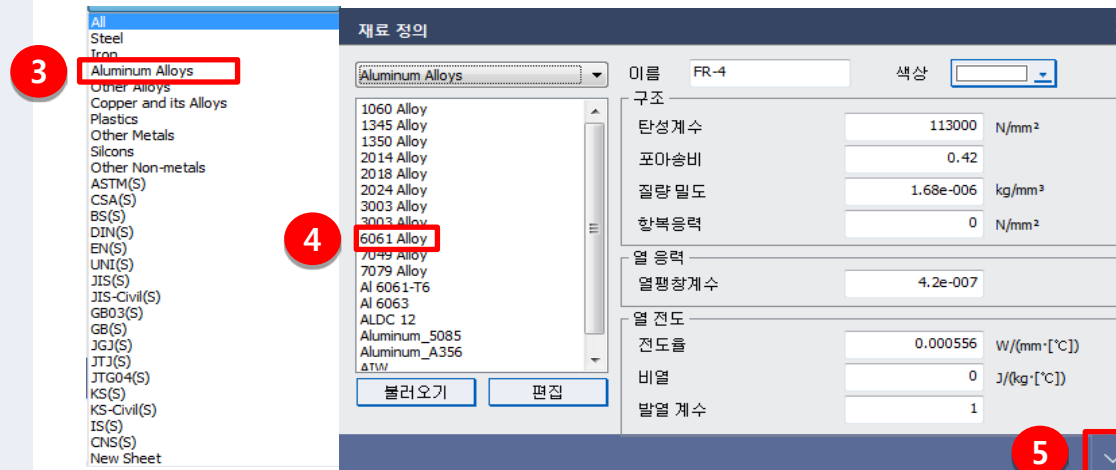
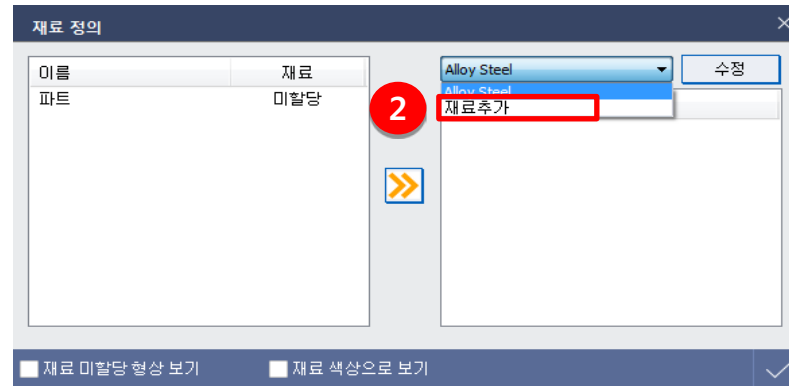
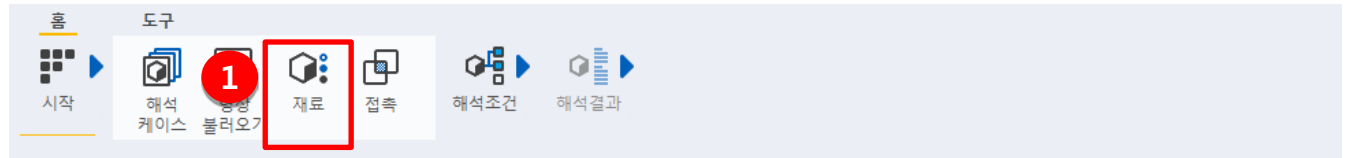
브라켓 - STEP 02

- ① [형상 불러오기] 클릭
- ② [랜덤응답해석_브라켓.X_T]
클릭
- ③ [열기] 클릭




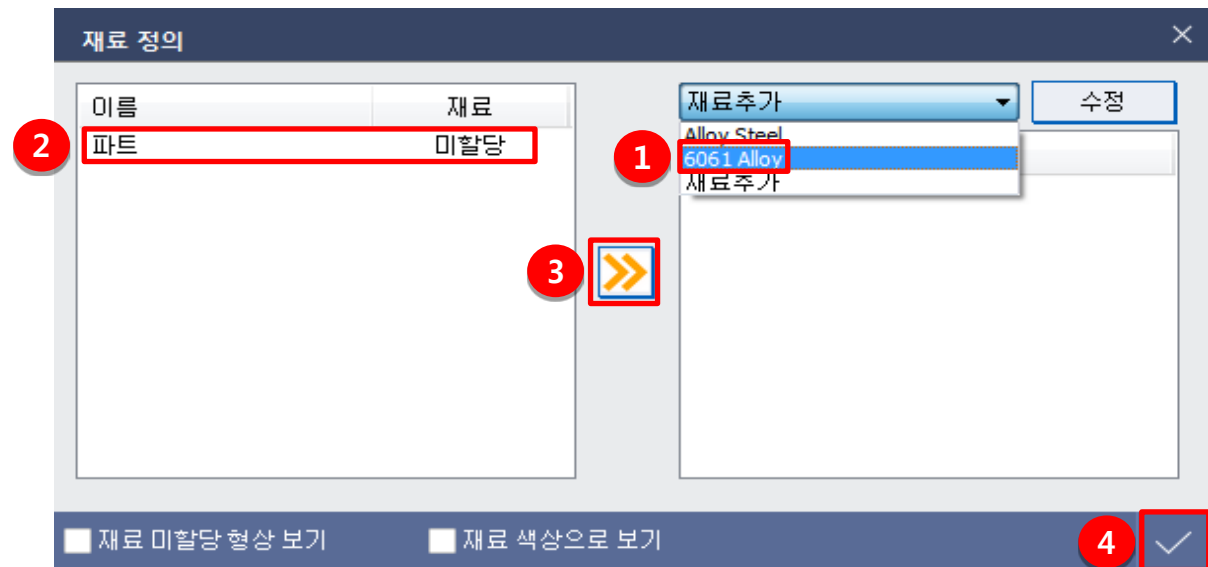
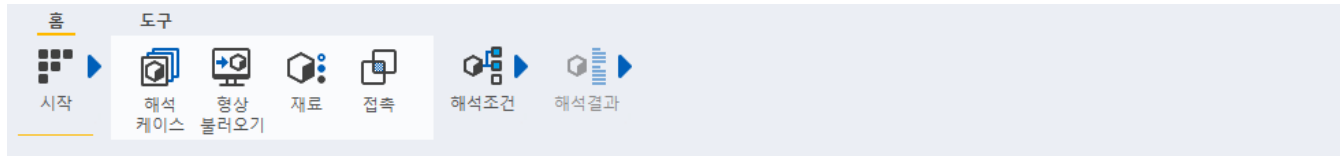
브라켓 - STEP 03

- ① [재료] 클릭
- ② [재료 추가] 클릭
- ③ [Aluminum Alloys] 탭 클릭
- ④ [6061 Alloy] 클릭
- ⑤ [확인] 클릭



브라켓 - STEP 04

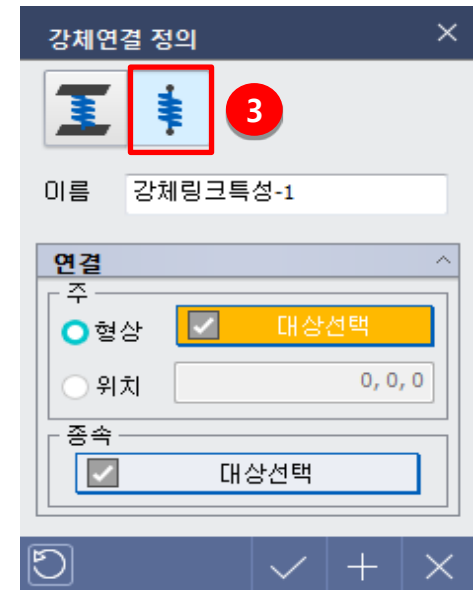
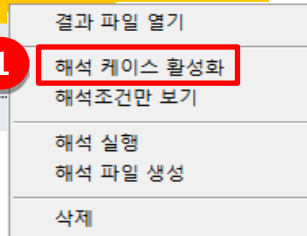
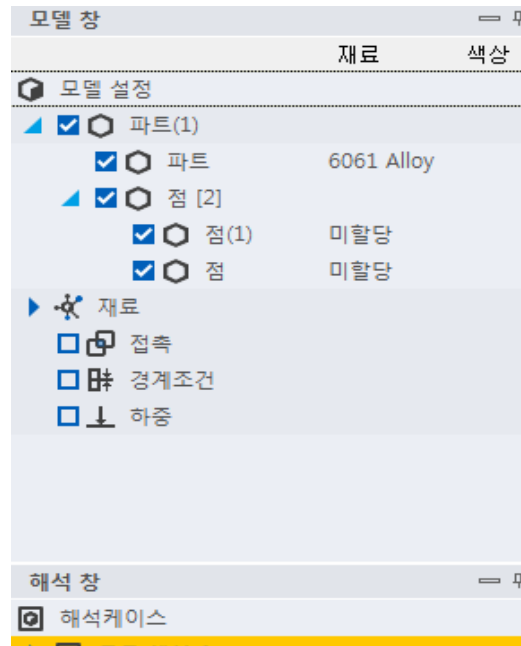
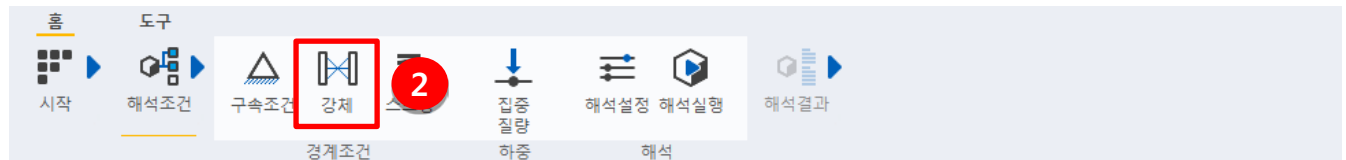
- ① “6061 Alloy” 선택
- ② [파트] 선택
- ③  버튼을 통해 재료 할당
- ④ [확인] 클릭



랜덤응답해석 따라하기

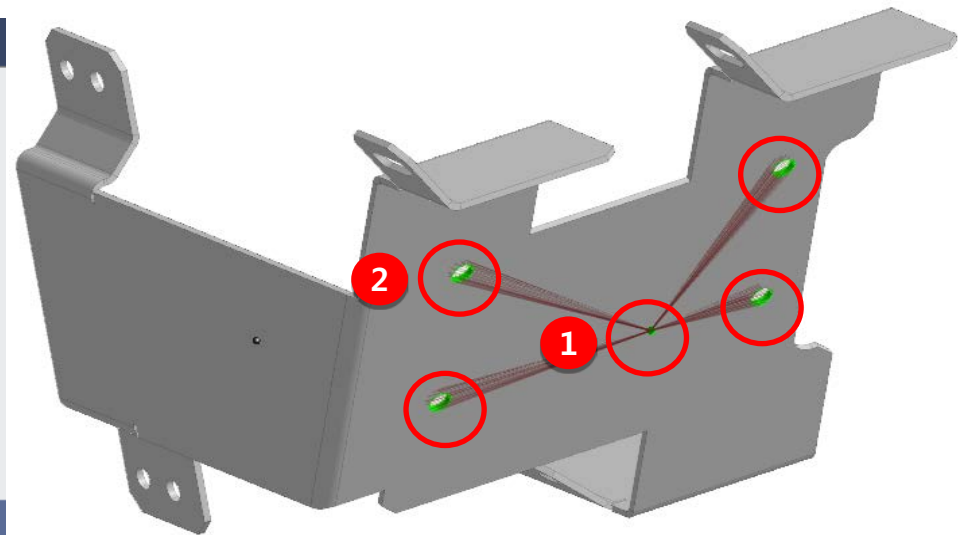
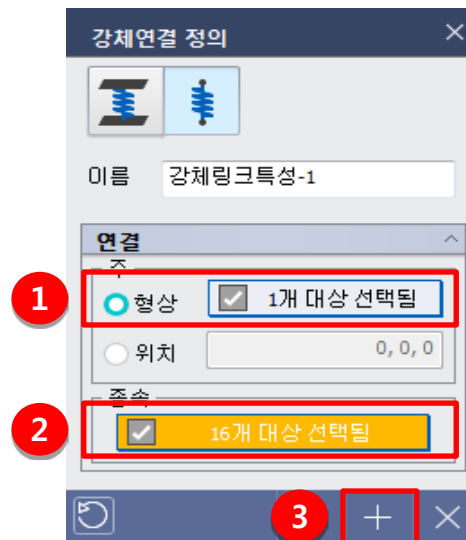
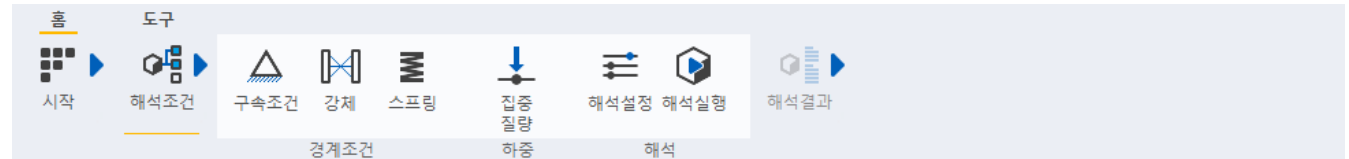
브라켓 - STEP 05

- ① 해석창 □ 모드해석 케이스 활성화 클릭
- ② 해석 조건 → 강제 클릭
- ③ 점 경계조건 클릭



브라켓 - STEP 06

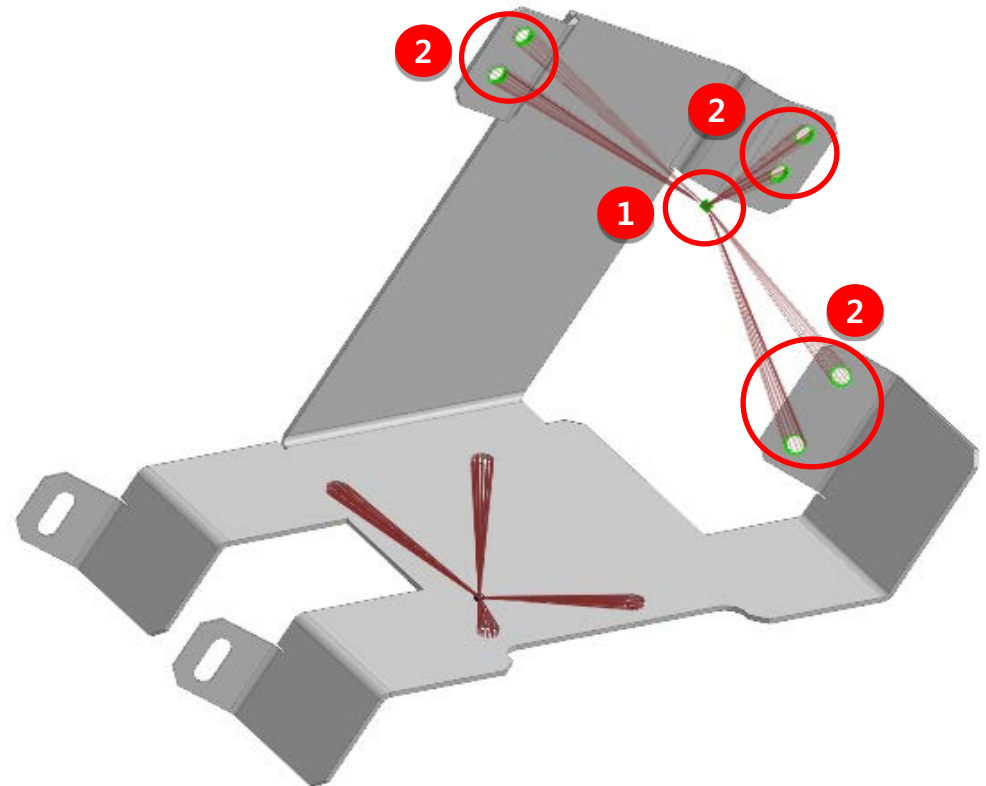
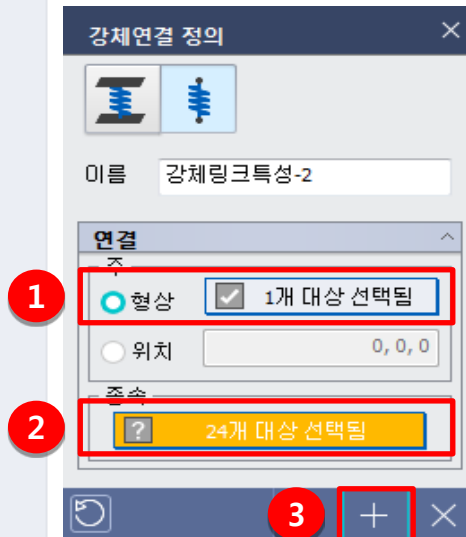
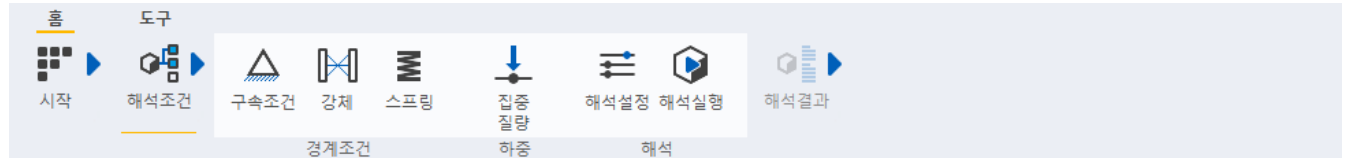
- ① 그림을 참고하여 주 형상(점 1개) 선택
- ② 그림을 참고하여 종속 형상 (16개) 선택
- ③ [적용] 클릭



랜덤응답해석 따라하기

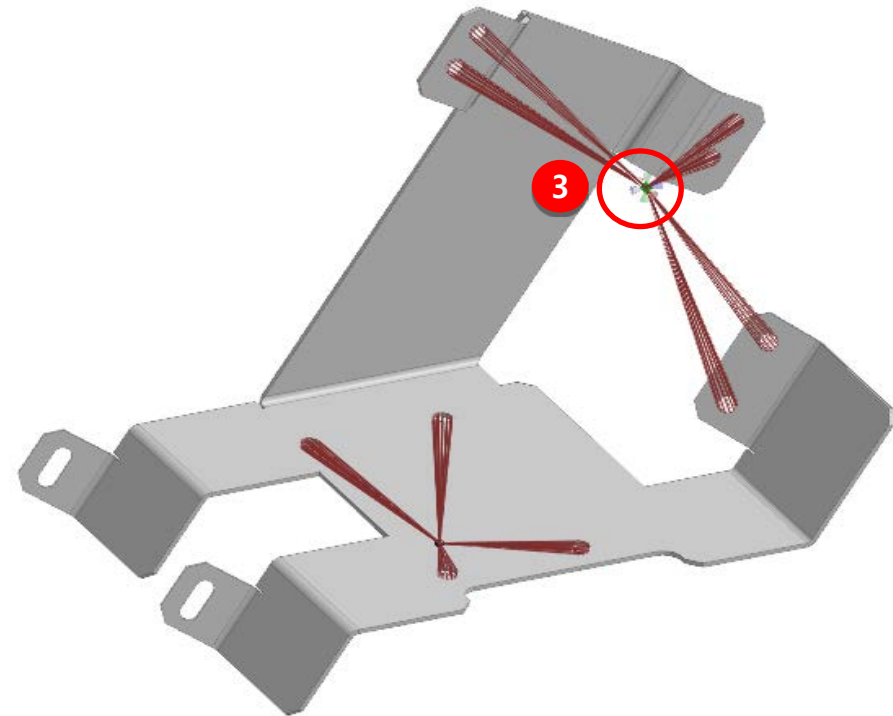
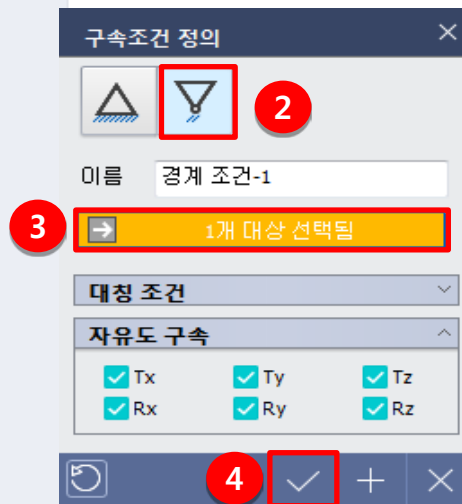
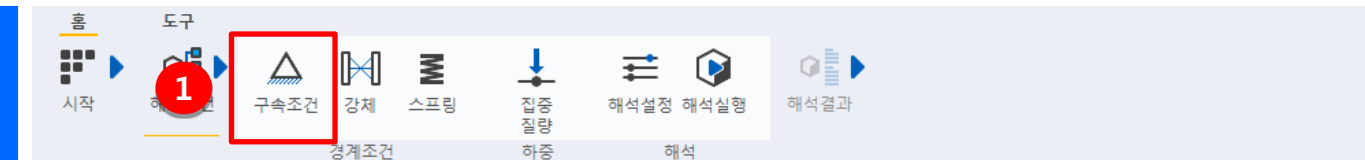
브라켓 - STEP 07

- ① 그림을 참고하여 주 형상(점 1개) 선택
- ② 그림을 참고하여 종속 형상 (24개) 선택
- ③ [적용] 클릭



브라켓 - STEP 08

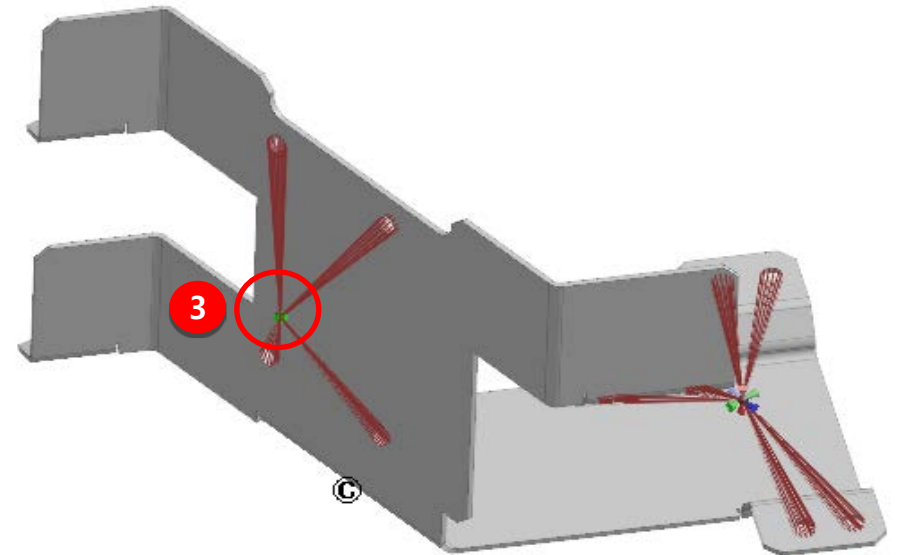
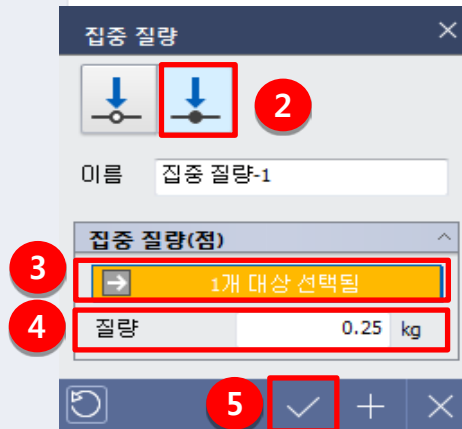
- ① [구속조건] 클릭
- ② 점 경계조건 클릭
- ③ 그림을 참고하여 강체의 중심 점(1개) 클릭
- ④ [확인] 클릭



랜덤응답해석 따라하기

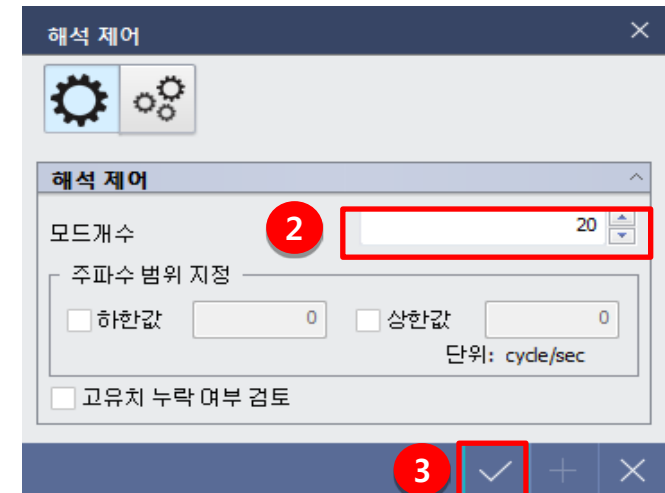
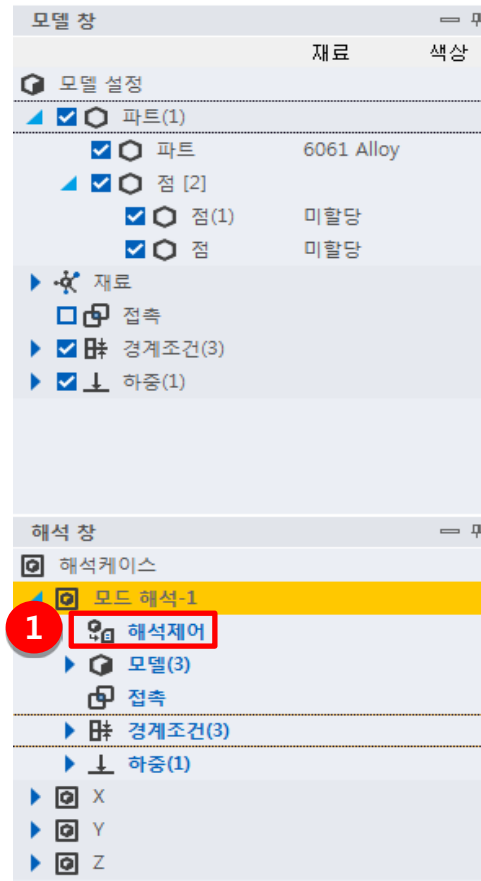
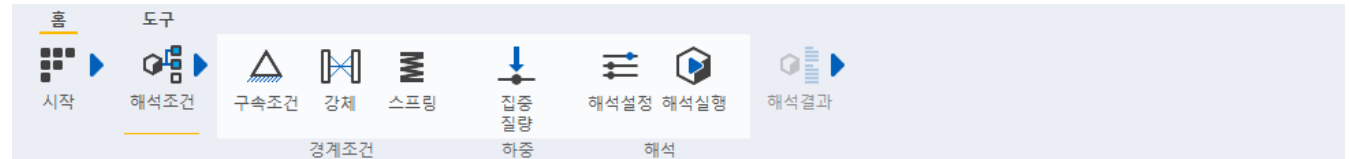
브라켓 - STEP 09

- ① [집중질량] 클릭
- ② 점 하중조건 클릭
- ③ 그림을 참고하여 강체의 중심 점(1개) 클릭
- ④ 질량 값 0.25kg 입력
- ⑤ [확인] 클릭



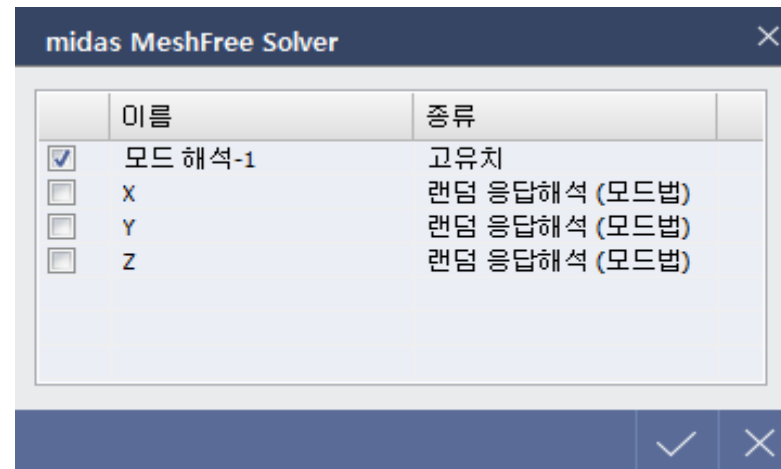
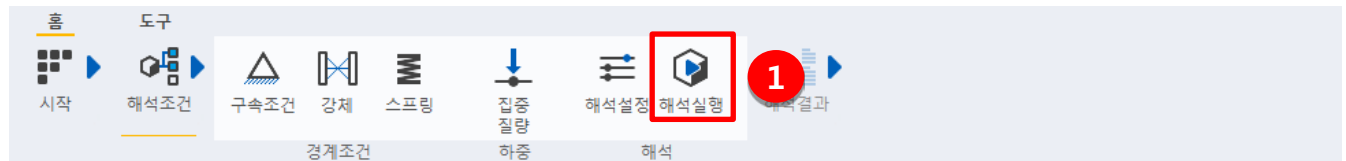
브라켓 - STEP 10

- ① 해석 창 → 모드해석 활성화 ☐
- ② 모드개수 20개 지정
- ③ [확인] 클릭



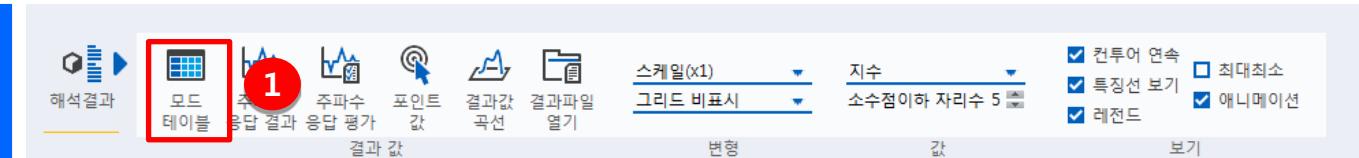
브라켓 - STEP 11

① 해석 실행 클릭



브라켓 - STEP 12

- ① [모드 테이블] 클릭
- ② 모드 유효질량 백분율 확인
- ③ 질량 참여율의 합계가
T1,T2,T3 각각 80% 이상의
값을 가지는 모드 차수를 선정



모드 테이블

모드수	고유치	비교치	사이클수	주기	유효질량	참여자율	적응성	오차
1	1.2993e+005	3.6045e+002	5.7367e+001	1.7432e-002	1.0000e+000	0.0000e+000	0.0000e+000	1.6152e-006
2	7.0593e+005	8.4020e+002	1.3372e+002	7.4782e-003	1.0000e+000	7.0593e+005	0.0000e+000	3.1444e-007
3	1.2044e+006	1.0974e+003	1.7466e+002	5.7253e-003	1.0000e+000	1.2044e+006	0.0000e+000	5.4006e-007
4	1.4453e+006	1.2021e+003	1.9132e+002	5.2268e-003	1.0000e+000	1.4453e+006	0.0000e+000	4.4915e-007
5	2.8109e+006	1.6766e+003	2.5682e+002	3.7477e-003	1.0000e+000	2.8109e+006	0.0000e+000	4.2657e-007
6	6.1282e+006	2.4755e+003	3.9399e+002	2.5381e-003	1.0000e+000	6.1282e+006	0.0000e+000	2.1309e-007
7	6.4885e+006	2.5475e+003	4.0541e+002	2.4667e-003	1.0000e+000	6.4885e+006	0.0000e+000	6.6616e-008
8	9.0808e+006	3.0134e+003	4.7990e+002	2.0831e-003	1.0000e+000	9.0808e+006	0.0000e+000	1.5077e-007
9	1.2001e+007	3.4642e+003	5.5124e+002	1.8138e-003	1.0000e+000	1.2001e+007	0.0000e+000	9.8532e-008
10	1.9208e+007	4.3827e+003	6.9752e+002	1.4335e-003	1.0000e+000	1.9208e+007	0.0000e+000	6.0240e-008
11	2.2057e+007	4.6955e+003	7.4747e+002	1.3378e-003	1.0000e+000	2.2057e+007	0.0000e+000	3.9694e-008
12	2.5803e+007	5.0599e+003	8.0532e+002	1.2417e-003	1.0000e+000	2.5803e+007	0.0000e+000	7.9883e-008
13	3.3961e+007	5.7932e+003	9.2204e+002	1.0846e-003	1.0000e+000	3.3961e+007	0.0000e+000	2.4951e-008
14	4.0275e+007	6.3465e+003	1.0351e+003	9.9005e-004	1.0000e+000	4.0275e+007	0.0000e+000	9.0014e-009
15	4.4327e+007	6.8366e+003	1.0957e+003	9.4362e-004	1.0000e+000	4.4327e+007	0.0000e+000	1.4554e-007
16	5.1538e+007	7.1783e+003	1.1455e+003	8.7530e-004	1.0000e+000	5.1538e+007	0.0000e+000	6.3067e-009
17	5.9016e+007	7.6822e+003	1.2227e+003	8.1799e-004	1.0000e+000	5.9016e+007	0.0000e+000	
18	6.0538e+007	7.7794e+003	1.2381e+003	8.0576e-004	1.0000e+000	6.0538e+007	0.0000e+000	
19	6.5238e+007	8.0758e+003	1.2953e+003	7.7803e-004	1.0000e+000	6.5238e+007	0.0000e+000	
20	8.2165e+007	9.0645e+003	1.4427e+003	6.9236e-004	1.0000e+000	8.2165e+007	0.0000e+000	

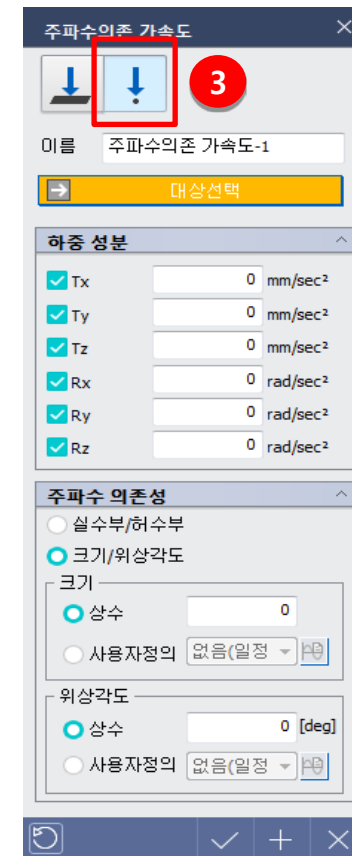
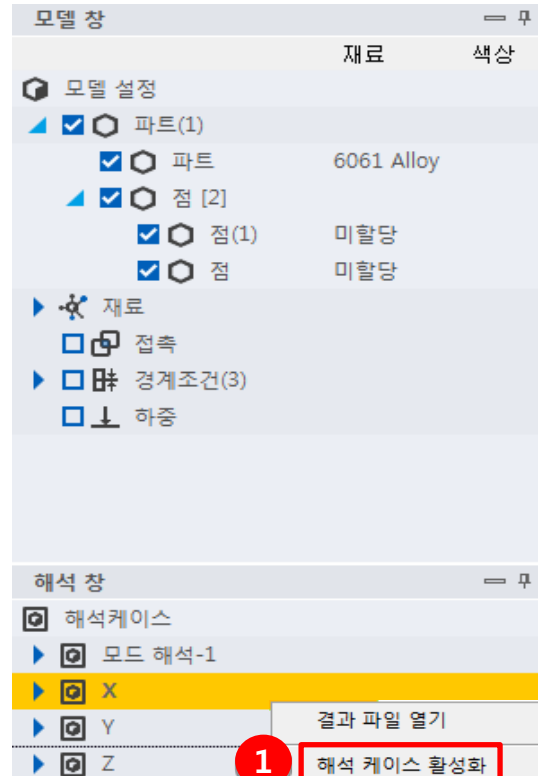
모드 유효질량 백분율

모드수	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	1.52%	65.41%	3.97%	11.98%	0.00%	9.39%
2	57.76%	0.50%	0.29%	0.82%	23.05%	0.10%
3	7.93%	0.34%	4.56%	14.86%	2.38%	5.45%
4	0.99%	4.05%	0.41%	0.59%	0.00%	2.66%
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
16	0.28%	1.30%	0.13%	1.39%	0.04%	2.49%
17	0.03%	4.31%	1.63%	1.82%	0.89%	1.58%
18	0.42%	0.00%	0.58%	1.57%	1.91%	0.22%
19	0.21%	0.55%	0.06%	1.13%	0.00%	0.06%
20	0.02%	0.12%	0.59%	4.03%	1.91%	0.01%
총합	87.81%	88.10%	90.07%	48.92%	58.06%	47.62%

랜덤응답해석 따라하기

브라켓 - STEP 13

- ① 해석창 □ X, 랜덤 응답해석케이스 활성화 클릭
- ② 해석 조건 □ 주파수 의존 가속도 클릭
- ③ 점 하중조건 클릭



브라켓 - STEP 14

- ① 그림을 참고하여 강체의 중심 점(1개) 선택
- ② 아래의 하중 데이터 입력

이름	X
하중 성분	Tx : 9800

주파수 의존성

크기	상수 : 1
위상각도	상수 : 0

이름	Y
하중 성분	Ty : 9800

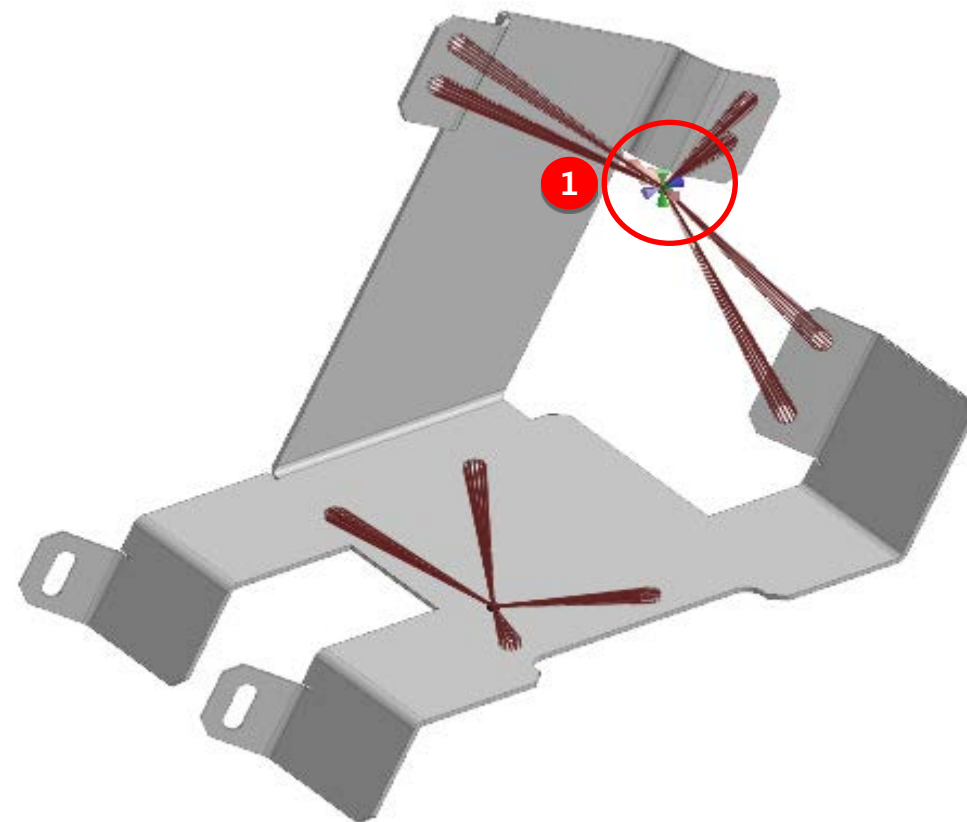
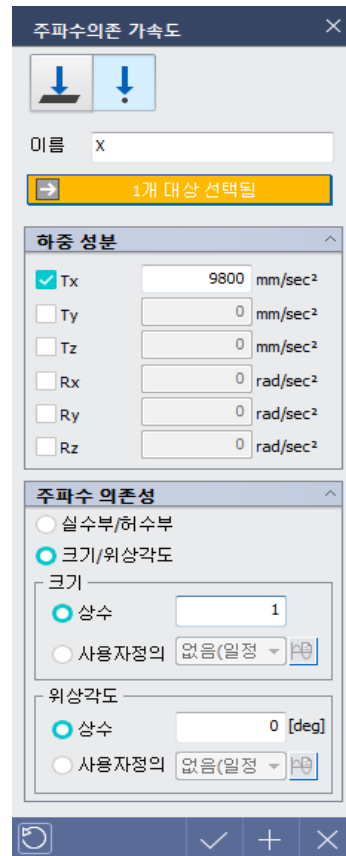
주파수 의존성

크기	상수 : 1
위상각도	상수 : 0

이름	Z
하중 성분	Tz : 9800

주파수 의존성

크기	상수 : 1
위상각도	상수 : 0



랜덤응답해석 따라하기

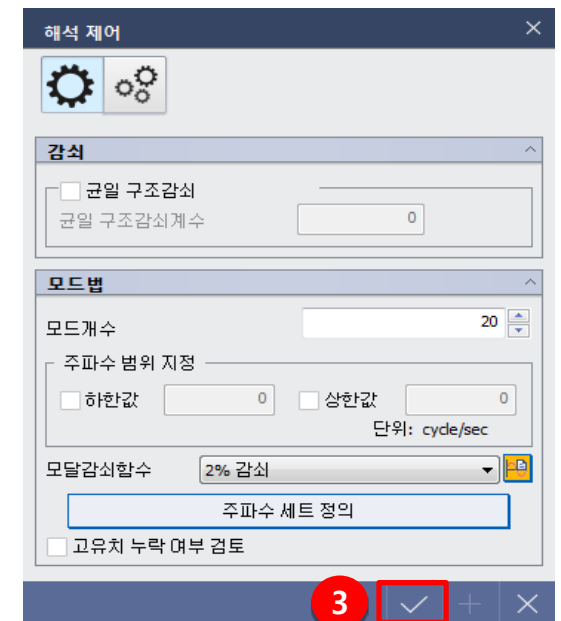
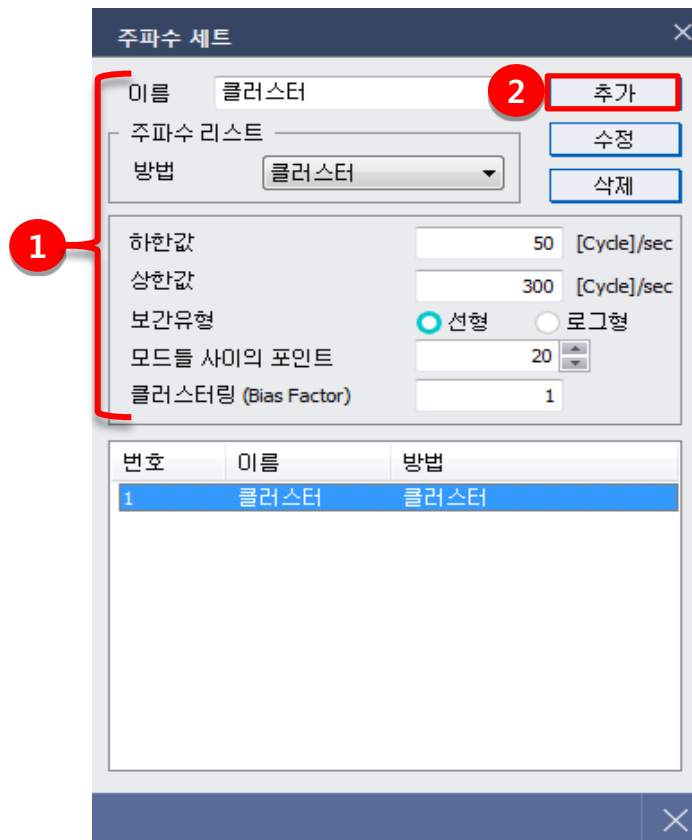
브라켓 - STEP 15

① 아래 주파수 세트 데이터 입력

이름	클러스터
방법	클러스터
하한값	50
상한값	300
보간유형	선형
모드들 사이의 포인트	20
클러스터링	1

③ [확인] 클릭

④ 각 해석 케이스마다 동일 적용



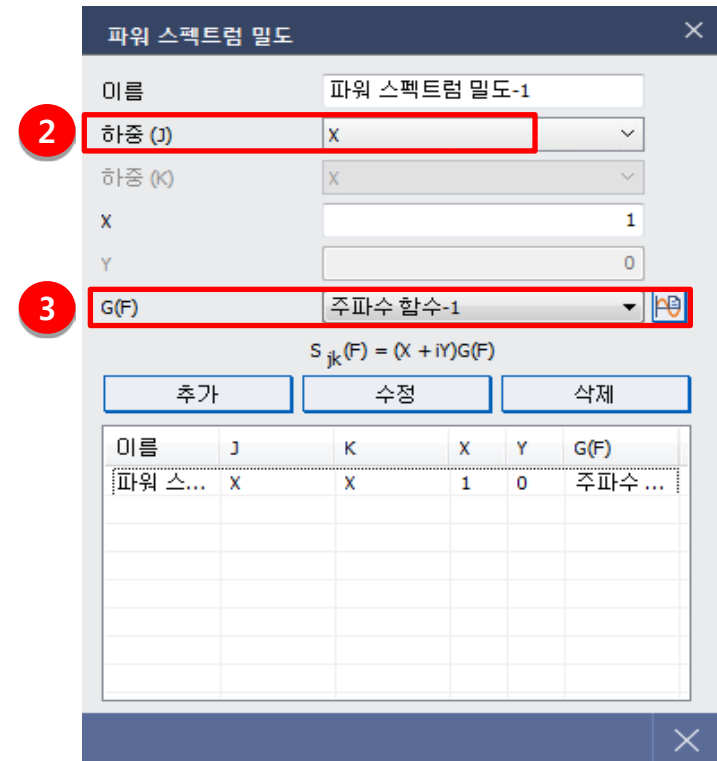
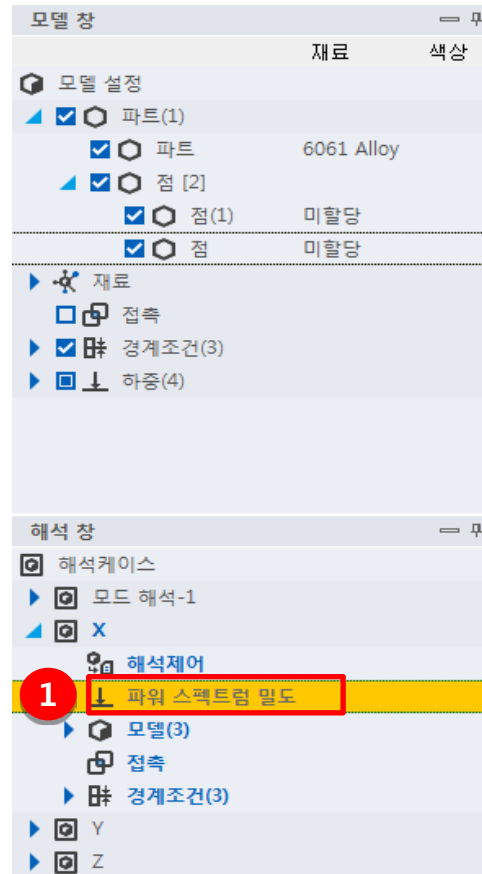
브라켓 - STEP 16

- ① 파워 스펙트럼 밀도 더블클릭
- ② 아래의 파워 스펙트럼 밀도 데이터 입력

해석케이스	X
하중	X
주파수 함수	뒷 페이지
해석케이스	Y
하중	Y
주파수 함수	뒷 페이지
해석케이스	Z
하중	Z
주파수 함수	뒷 페이지



각 해석 케이스마다 파워 스펙트럼 밀도를 설정합니다.



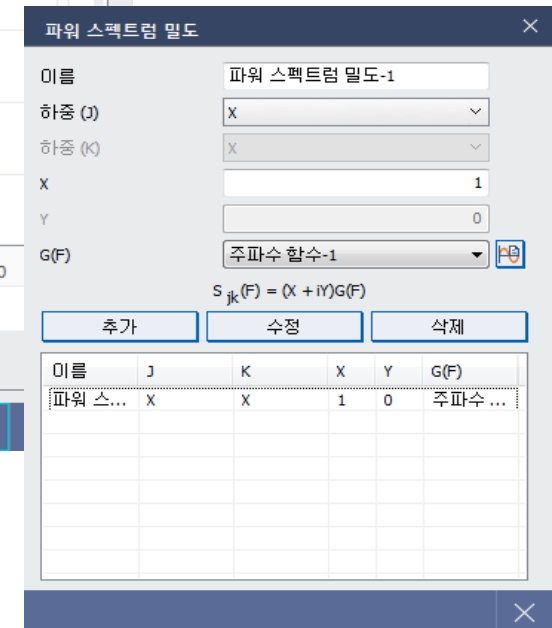
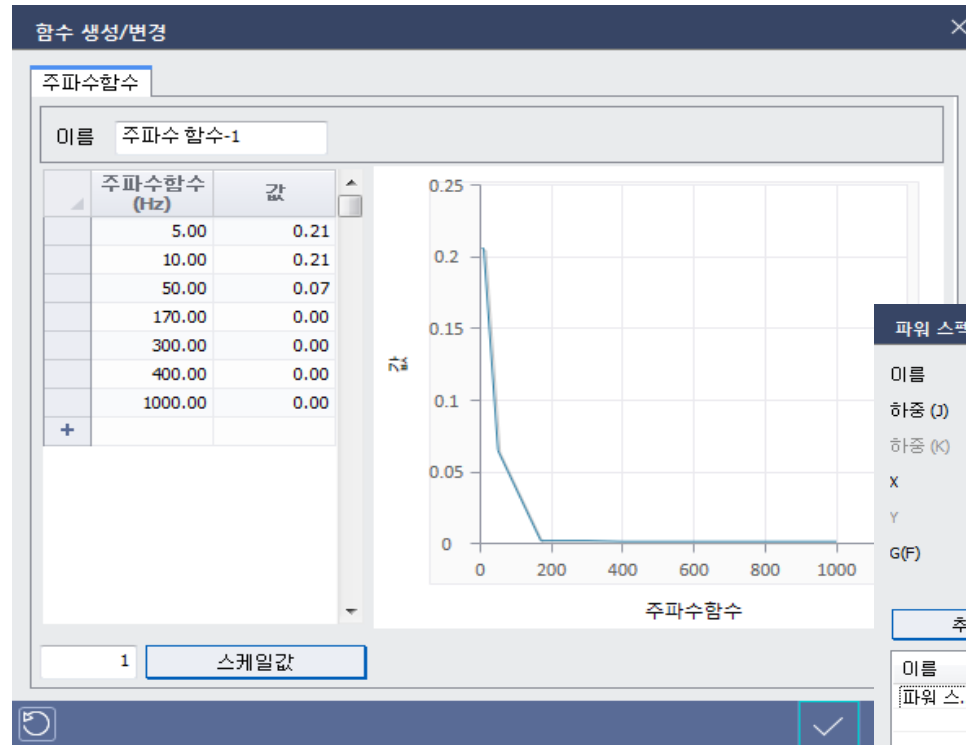
브라켓 - STEP 17

① 아래의 주파수 함수 입력

주파수 함수(Hz)	값
5	0.21
10	0.21
50	0.07
170	0
300	0
400	0
1000	0

② [확인] 클릭

③ [추가] 클릭



브라켓 - STEP 18

- ① 스텝 결과 확인 클릭
- ② RMS 값 클릭
- ③ 변위 및 응력 분석

